Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гриб Владислав Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 09.10.2026 15:29:49
Уникальный программный ключ:
637517d24e103c3db032acf37e839d98ec1c5bb2f5eb89c29abfcd7f43985447

**Образовательное частное учреждение высшего образования**
**«МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ А.С. ГРИБОЕДОВА»**
(ИМПЭ им. А.С. Грибоедова)

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИНСТИТУТ ИННОВАЦИОННОЙ ЭКОНОМИКИ, ЛИДЕРСТВА И МЕНЕДЖМЕНТА**

**УТВЕРЖДАЮ**
Директор Международного института инновационной экономики, лидерства и менеджмента
_____ А. А. Панарин
«17» декабря 2025г.

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине:

## ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

**Направление подготовки 38.03.04**
**Государственное и муниципальное управление**
**(уровень бакалавриата)**

**Направленность/профиль:**
**«Гражданская и муниципальная служба»**

**Форма обучения** очная, очно-заочная, заочная

**Москва**

Фонд оценочных средств для дисциплины «Высшая математика». Направление подготовки/специальность 38.03.04 Государственное и муниципальное управление, направленность (профиль): «Гражданская и муниципальная служба» / О.С. Зеленская – М.: ИМПЭ им. А.С. Грибоедова

Фонд оценочных средств является неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины.

Разработчик: О.С. Зеленская

Заведующий кафедрой: _____ / А.Ю.Кирьянов

## 1. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Настоящий Фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине «Высшая математика» является неотъемлемым приложением к рабочей программе дисциплины (РПД) «Высшая математика». На данный ФОС распространяются все реквизиты утверждения, представленные в РПД по данной дисциплине.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Для определения качества освоения обучающимися учебного материала по дисциплине используются следующие оценочные средства:

| № п/п | Оценочное средство | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в ФОС |
|---|---|---|---|
| 1 | Тестирование | Вид контроля, позволяющий оценить изученный теоретический материал. | Вопросы для проведения тестирования |
| 2 | Практические задания | Вид контроля, позволяющий оценить умение обучающегося применять осваиваемую компетенцию в практических ситуациях и при решении производственных задач | Задания к практическому занятию |
| 3 | Контрольная работа | Вид контроля, позволяющий определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций | Задания контрольной работы |
| 4 | Самостоятельная работа | Вид контроля, позволяющий оценить проработку теоретического материала, изучение рекомендуемой литературы, выполнение практико-ориентированных заданий (заполнение таблиц, проведение сравнительного анализа, составление схем и др.), решение практических задач, создание презентаций, написание рефератов, подборку нормативного и иного материала и выполнение других заданий | Задания самостоятельной работы |
| 5 | Курсовая работа | Вид контроля, позволяющий выявить степень владения базовыми знаниями, умениями и навыками, необходимыми для обучения, и определить уровень владения новым материалом | Индивидуальные задания (темы) для курсовой работы |
| 6 | Зачет/Зачет с оценкой/Экзамен | Вид контроля, позволяющий выявить степень овладения знаниями, умениями и навыками, необходимыми для дальнейшего освоения образовательной программы подготовки | Вопросы для подготовки к зачету/зачету с оценкой/экзамену |

## 3. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДИСЦИПЛИНЕ

### 3.1. Сопроводительная информация.

| | |
|---|---|
| Разработчик | О. С. Зеленская |
| Кафедра | Государственного и муниципального управления |
| Наименование дисциплины | Высшая математика |
| Факультет / институт | Международный институт инновационной экономики, лидерства и менеджмента |
| Направление подготовки / специальность | 38.03.04 Государственное и муниципальное управление |
| Количество вопросов в оценочных заданиях (диапазон) | 18-36 |
| Общее время тестирования (мин) | 90 |
| Общее количество вопросов/заданий в ФОС | *36* |
| Размещенность на сайте Университета примерного перечня вопросов, заданий ФОС – для подготовки обучающихся к прохождению оценки (да / нет) | *Да* |

### 3.2. Характеристика оцениваемых компетенций.

| Код компетенции | Формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции |
|---|---|---|
| **УК-1** | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач<br>**ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.<br>**ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач. |

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### 4.1. ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.

Тесты содержат набор вопросов, в полном объеме охватывающие изученный теоретический материал по указанной теме (индикаторы ЗНАТЬ). Выполнение тестов позволяет определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций. Индивидуальный тестовый сеанс для каждого обучающегося формируется по специальному алгоритму, обеспечивающему заданную тематическую структуру и пропорциональное наличие вопросов разного типа и сложности.

***При формировании тестов необходимо использовать задания следующих типов***:

Тип задания 1. Задания закрытого типа на установление соответствия.

Тип задания 2. Задания закрытого типа на установление последовательности.

Тип задания 3. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных с последующим объяснением своего выбора.

Тип задания 4. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных с последующим объяснением своего выбора.

Тип задания 5. Задания открытого типа с развернутым ответом.

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| Раздел 1. Тема 1.1 Функции и их свойства | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **1. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных с последующим объяснением своего выбора**<br>**Вариант 1.** Какое из приведённых утверждений о функции $f(x)=\frac{1}{x}$ является верным<br>Варианты ответов:<br>A) Функция чётная и определена на всём множестве R.<br>B) Функция нечётная и имеет вертикальную асимптоту при x=0.<br>C) Функция возрастает на всей области определения.<br>D) Функция непрерывна в точке x=0.<br><br>Правильный ответ: B<br>Обоснование: $f(x)=\frac{1}{x}$ определена при $x\neq 0$. Проверим нечётность: $f(-x)=\frac{1}{x}=-\frac{1}{x}=-f(x)\rightarrow$ функция нечётная. При $x\rightarrow 0 x\rightarrow 0$ модуль |

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>функции стремится к бесконечности → существует вертикальная асимптота x=0.<br>Остальные утверждения неверны: функция не определена в нуле (A, D ложны), и она убывает на каждом из интервалов (−∞;0) и (0;+∞), но не на всей области определения (C ложно).<br>Вариант 2. Что можно сказать о пределе функции f (x)= $\frac{\sin x}{x}$ при $x \to 0$?<br>Варианты ответов:<br>A) Предел не существует.<br>B) Предел равен 0.<br>C) Предел равен 1.<br>D) Предел равен ∞.<br>Правильный ответ: C<br>Обоснование:<br>Это классический первый замечательный предел:<br>$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$<br>Данное свойство доказывается геометрически или через неравенства и является фундаментальным в теории пределов. Поэтому правильный ответ — C.</td></tr>
<tr><td>Раздел 1.<br>Тема 1.2.<br>Предел последовательности.</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>1. Задания закрытого типа на установление соответствия.<br>Вариант 1. Установите соответствие между последовательностью и её пределом при n→∞:<br><table><tr><th>Последовательность</th><th>Предел</th></tr><tr><td>А) $a_n = \frac{5n+1}{n}$</td><td>1) 0</td></tr><tr><td>Б) $b_n = \frac{(-1)^n}{n}$</td><td>2) 5</td></tr><tr><td>В) $c_n = \frac{n^2}{n^3+1}$</td><td>3) Не существует</td></tr><tr><td>Г) $d_n = (-1)^n$</td><td>4) 1</td></tr></table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Ключ: А — 2, Б — 1, В — 1, Г — 3<br>Обоснование:<br>А) $\frac{5n+1}{n} = 5+\frac{1}{n} \to 5$<br><br>Б) числитель ограничен, знаменатель $\to \infty \Rightarrow$ предел 0<br>В) степень знаменателя выше $\Rightarrow$ предел 0<br>Г) чередуется между –1 и 1 $\Rightarrow$ предел не существует<br><br>Вариант 2. Установите соответствие между свойством и последовательностью, для которой оно выполняется:<br><table><tr><th>Свойство</th><th>Последовательность</th></tr><tr><td>А) Ограничена, но не сходится</td><td>1) $a_n = \frac{1}{n}$</td></tr><tr><td>Б) Сходится к нулю</td><td>2) $b_n = (-1)^n$</td></tr><tr><td>В) Монотонно возрастает и ограничена сверху</td><td>3) $c_n = 1 - \frac{1}{n}$</td></tr><tr><td>Г) Неограничена</td><td>4) $d_n = n^2$</td></tr></table><br>Ключ: А — 2; Б — 1; В — 3; Г — 4<br>Обоснование:<br>А) $(-1)^n$ — ограничена (значения ±1), но не сходится<br>Б) $\frac{1}{n} \to 0$<br>В) $1-\frac{1}{n}$ возрастает и ограничена сверху числом 1<br>$n^2 \to \infty$ — неограничена</td></tr>
<tr><td>Раздел 1.<br>Тема 1.3<br>Предел функции.</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации,</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>Задания закрытого типа на установление последовательности.<br>Вариант 1. Расположите этапы вычисления предела<br>$\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$<br>в логической последовательности:</td></tr>
</table>

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | применять системный подход для решения поставленных задач | | 1. Подставить значение x=2 и обнаружить неопределённость вида $\frac{0}{0}$<br>2. Сократить общий множитель в числителе и знаменателе<br>3. Разложить числитель на множители: $x^2-4=(x-2)(x+2)$<br>4. Вычислить предел полученной непрерывной функции при $x\to 2$<br><br>Правильная последовательность: 1 → 3 → 2 → 4<br><br>Обоснование: Сначала фиксируется неопределённость (1), затем применяется алгебраическое преобразование — разложение (3), сокращение (2), после чего предел вычисляется подстановкой (4).<br>**Вариант 2.** Расположите следующие функции в порядке возрастания значений их пределов при $x\to 0$:<br><br>A) $f(x)=\frac{\sin(3x)}{x}$<br><br>B) $g(x)=\frac{1-\cos x}{x^2}$<br><br>C) $h(x)=\frac{e^z-1}{x}$<br><br>D) $k(x)=\frac{\ln(1+2x)}{x}$<br><br>Правильная последовательность: B → C → D → A<br>Обоснование (пределы):<br><br>B) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$ (известный предел)<br><br>C) $\lim_{x\to 0}\frac{e^z-1}{x}=1$<br><br>D) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+2x)}{x}=2$ (т.к. $\ln(1+2x)\sim 2x$) |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | | | A) $\lim x \to 0 \frac{\sin(3x)}{x} = 3$ (т.к. sin (3x)~3x)<br><br>Порядок пределов: 0.5<1<2<3 → B → C → D → A |
| Раздел 1.<br>Тема 1.4<br>Непрерывность функции. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** Дана функция<br>$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$<br>Исследуйте функцию на непрерывность в точке x=2. Если функция разрыва, укажите тип разрыва и объясните, можно ли доопределить функцию так, чтобы она стала непрерывной в этой точке.<br><br>Развёрнутый ответ:<br>1. Найдём предел функции при x → 2:<br>$\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \to 2}(x+2) = 4.$<br>Предел существует и равен 4.<br>2. Значение функции в точке: f(2)=3.<br>3. Поскольку $\lim_{x \to 0} f(x)=4 \neq f(2)=3$, функция разрывна в точке x=2.<br>4. Так как предел существует, но не совпадает со значением функции, это разрыв I рода (устранимый разрыв).<br>5. Чтобы устранить разрыв, достаточно доопределить функцию в точке x=2 значением предела: положить f(2)=4. После этого функция станет непрерывной в этой точке.<br><br>**Вариант 2**. Приведите пример функции, которая:<br>- определена на всём множестве RR,<br>- имеет разрыв II рода в точке x=0$x$=0,<br>- и объясните, почему разрыв именно второго рода. |

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Развёрнутый ответ:<br>Пример:<br>$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$$<br>Обоснование:<br>1. Функция определена для всех x ∈ R (в том числе задано значение в нуле).<br>2. Рассмотрим односторонние пределы при x→0<br>$\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=+\infty$<br>$\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}=-\infty$<br>3. Хотя односторонние пределы существуют в расширенном смысле, ни левый, ни правый предел не являются конечными числами.<br>4. Следовательно, предел функции в точке x=0 не существует даже как бесконечность одного знака, и разрыв не может быть устранён или сведён к скачку.<br>5. По определению, это разрыв II рода — когда хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен.</td></tr>
<tr><td>Раздел 2.<br>Тема 2.1<br>Понятие производной и дифференциала</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>Задания закрытого типа на установление соответствия.<br>Вариант 1. Установите соответствие между функцией и её производной:<br><table><tr><th>Функция $f(x)$</th><th>Производная $f'(x)$</th></tr><tr><td>А) $f(x)=x^2$</td><td>1) 0</td></tr><tr><td>Б) $f(x)=5$</td><td>2) $2x$</td></tr><tr><td>В) $f(x)=3x$</td><td>3) 3</td></tr><tr><td>Г) $f(x)=x$</td><td>4) 1</td></tr></table><br>Правильный ключ:<br>А — 2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Б — 1<br>В — 3<br>Г — 4<br><br>Пояснение (для проверяющего):<br>Производная $x^2$ - 2x<br>Производная константы — 0<br>Производная 3x — 3<br>Производная x — 1<br><br>Вариант 2. Установите соответствие между обозначением и его названием:<br><br><table><tr><th>Обозначение</th><th>Название</th></tr><tr><td>А) $f'(x)$</td><td>1) Дифференциал функции</td></tr><tr><td>Б) $dy$</td><td>2) Производная функции</td></tr><tr><td>В) $\frac{df}{dx}$</td><td>3) Дифференциал аргумента</td></tr><tr><td>Г) $dx$</td><td>4) Производная (альтернативная запись)</td></tr></table><br>Правильный ключ:<br>А — 2<br>Б — 1<br>В — 4<br>Г — 3<br><br>Пояснение:<br>f′(x) и $\frac{df}{dx}$ — разные формы записи производной</td></tr>
</table>

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | | | dy=f′′(x) *dx* — дифференциал функции<br>dx — дифференциал независимой переменной (аргумента) |
| Раздел 2.<br>Тема 2.2<br>Правила дифференцирования | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания закрытого типа на установление последовательности.**<br>**Вариант 1.** Расположите этапы нахождения производной функции f (x)=($x^2$+1) (x−3) в правильной логической последовательности:<br>1. Применить правило дифференцирования произведения: (uv)′=u′v+uv′<br>2. Найти производные отдельных множителей: ($x^2$+1)′=2x, (*x*−3)′=1<br>3. Подставить найденные производные в формулу произведения<br>4. Упростить полученное выражение<br>Правильная последовательность: 1 → 2 → 3 → 4<br>Пояснение:<br>Сначала выбирается правило (1), затем вычисляются производные компонентов (2), подставляются в формулу (3), и результат упрощается (4).<br><br>**Вариант 2.** Расположите действия в порядке, соответствующем нахождению производной сложной функции f (x)=sin (3x+2)<br>1. Взять производную внешней функции (синуса) — получится косинус<br>2. Применить правило дифференцирования сложной функции: (f(g(x)))′=f ′ (g (x))·*g*′ (*x*)<br>3. Умножить результат на производную внутренней функции (3x+2)′=3<br>4. Записать окончательный ответ: f′ (x)=3cos (3x+2)<br>Правильная последовательность: 2 → 1 → 3 → 4 |
| Раздел 2.<br>Тема 2.3<br>Применение производной | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Функция f(x) имеет производную f ′(x)=0 в точке x=2. Что это может означать? |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | информации, применять системный подход для решения поставленных задач | поставленных задач | A) Функция обязательно имеет максимум в точке x=2$x$=2<br>B) Функция обязательно имеет минимум в точке x=2$x$=2<br>C) График функции в точке x=2$x$=2 имеет горизонтальную касательную<br>D) Функция разрывна в точке x=2$x$=2<br>Правильный ответ: C<br><br>Объяснение:<br>Если f ′(x0)=0, то касательная к графику функции в точке x0 горизонтальна. Это не гарантирует экстремум (максимум или минимум) — например, у функции f(x)=x3 производная в нуле равна нулю, но экстремума нет. Поэтому верно только утверждение C.<br><br>**Вариант 2.** На каком из промежутков функция f(x)=x2−4x+3 убывает?<br>A) (−∞;2)<br>B) (2;+∞)<br>C) (−∞;+∞)<br>D) (0;4)<br>Правильный ответ: A<br><br>Объяснение:<br>Найдём производную: f ′(x)=2x−4.<br>Функция убывает, где f ′(x)<0:<br>2x−4<0⇒x<2.<br>Значит, функция убывает на (−∞;2). Правильный ответ — A. |
| Раздел 2.<br>Тема 2.4<br>Экстремумы функции. Исследование функции. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Какие из следующих утверждений верны для функции f (x)=$x^3$−3x?<br>A) Производная равна нулю в точках x=−1 и x=1 |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | применять системный подход для решения поставленных задач | | B) В точке x=−1 функция имеет максимум<br>C) В точке x=1 функция имеет минимум<br>D) Функция возрастает на всём промежутке (−∞;+∞)<br>Правильные ответы: A, B, C<br>Объяснение:<br>Найдём производную: $f'(x) = 3x^2 – 3 = 3(x^2−1) = 3(x−1)(x+1)$<br>Производная равна нулю при x=−1 и x=1 → A верно.<br>Исследуем знаки производной:<br>• При x<−1: f′(x)>0 → возрастает<br>• При −1 < x < 1: $f'(x) < 0$ → убывает<br>• При x > 1: f′(x)>0 → возрастает<br>Значит, в x=−1 — максимум, в x=1 — минимум → B и C верны.<br>Функция не возрастает на всей числовой прямой → D неверно.<br><br>**Вариант 2. Исследуйте функцию f(x)=x3−3xf(x) = x^3 - 3xf(x)=x3−3x и выберите верные утверждения:**<br><br>A) График функции имеет две точки, в которых касательная к нему горизонтальна. B) Точка x=−1x = -1x=−1 является точкой локального максимума функции. C) Точка x=1x = 1x=1 является точкой локального минимума функции. D) Функция является монотонно возрастающей на всей области определения.<br><br>**Правильные ответы: A, B, C**<br><br>**Объяснение:** Для исследования функции найдём её производную: f′(x)=(x3−3x)′=3x2−3=3(x2−1)=3(x−1)(x+1)f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)f′(x)=(x3−3x)′=3x2−3=3(x2−1)=3(x−1)(x+1).<br><br>1. **Точки, где касательная горизонтальна:** Производная равна нулю в точках x=−1x = -1x=−1 и x=1x = 1x=1. В этих точках |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | | | касательная к графику параллельна оси абсцисс. Следовательно, утверждение **A верно**.<br>2. **Исследование на экстремумы:** Определим знаки производной на полученных интервалах:<br>• При x<−1x < -1x<−1 (например, x=−2x = -2x=−2): f′(−2)=3(4−1)>0f'(-2) = 3(4 - 1) > 0f′(−2)=3(4−1)>0. Функция возрастает.<br>• При −1<x<1-1 < x < 1−1<x<1 (например, x=0x = 0x=0): f′(0)=3(0−1)<0f'(0) = 3(0 - 1) < 0f′(0)=3(0−1)<0. Функция убывает.<br>• При x>1x > 1x>1 (например, x=2x = 2x=2): f′(2)=3(4−1)>0f'(2) = 3(4 - 1) > 0f′(2)=3(4−1)>0. Функция возрастает.<br>Смена знака производной с «плюса» на «минус» в точке x=−1x = -1x=−1 означает наличие локального максимума. Смена знака с «минуса» на «плюс» в точке x=1x = 1x=1 означает наличие локального минимума. Следовательно, утверждения **B и C верны**.<br>3. **Монотонность:** Поскольку на интервале (−1;1)(-1; 1)(−1;1) функция убывает, она не может быть монотонно возрастающей на всей числовой прямой. Утверждение **D неверно**. |
| Раздел 3.<br>Тема 3.1<br>Неопределенный интеграл | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** Найдите неопределённый интеграл:<br>$\int(3x^2+4x+5)\,dx$<br>Развёрнутый ответ: Используем свойство линейности интеграла и таблицу простейших интегралов: |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | решения поставленных задач | | $\int (3x^2+4x+5)\,dx = 3\int x^2\,dx + 4\int x\,dx + 5\int 1\,dx$<br>$= 3\cdot\frac{x^3}{3} + 4\cdot\frac{x^2}{2} + 5\cdot x + C$<br>$= x^3 + 2x^2 + 5x + C,$<br>где C — произвольная постоянная.<br><br>**Вариант 2.** Проверьте, верно ли, что $\int \frac{1}{x}$ dx =ln \|x\|+C<br><br>Развёрнутый ответ: Неопределённый интеграл — это совокупность всех первообразных функции.<br>Проверим, является ли ln \|x\| первообразной для $\frac{1}{x}$<br>При x > 0: $\frac{d}{dx}$ (ln x)= $\frac{1}{x}$<br><br>При x<0: $\frac{d}{dx}$ (ln (−x))= $\frac{1}{-x}\cdot(-1)= x$ 1<br>Таким образом, для всех x≠0 производная ln \|x\| равна $\frac{1}{x}$<br><br>Следовательно, ln \|x\| +C — действительно общая первообразная функции $\frac{1}{x}$ , и равенство верно. |
| Раздел 3.<br>Тема 3.2<br>Определенный интеграл | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания закрытого типа на установление соответствия.**<br>**Вариант 1.** Установите соответствие между геометрическим смыслом и математическим выражением:<br>**Геометрический смысл** / **Математическое выражение**<br>А) Площадь под графиком $y = f(x)$ над осью $Ox$ на отрезке $[a, b]$ / 1) $\int_a^b f(x)\,dx$<br>Б) Разность значений первообразной в концах отрезка / 2) $F(b) - F(a)$, где $F'(x) = f(x)$<br>В) Нулевая площадь, если пределы интегрирования совпадают / 3) $\int_a^a f(x)\,dx = 0$<br>Г) Интеграл от суммы функций / 4) $\int_a^b [f(x) + g(x)]\,dx$<br><br>Правильный ключ: |

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td>задач</td><td></td><td>А — 1<br>Б — 2<br>В — 3<br>Г — 4<br>Пояснение: Задание проверяет понимание связи между площадью, формулой Ньютона–Лейбница и простейшими свойствами определённого интеграла.<br><br>Вариант 2. Установите соответствие между свойством определённого интеграла и его записью:<table><tr><th>Свойство</th><th>Формула</th></tr><tr><td>А) Линейность (интеграл от константы, умноженной на функцию)</td><td>1) $\int_a^b c \cdot f(x)\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx$</td></tr><tr><td>Б) Аддитивность по отрезку</td><td>2) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$</td></tr><tr><td>В) Изменение знака при перестановке пределов</td><td>3) $\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$</td></tr><tr><td>Г) Интеграл от постоянной функции</td><td>4) $\int_a^b k\,dx = k(b-a)$</td></tr></table>Правильный ключ:<br>А — 1<br>Б — 2<br>В — 3<br>Г — 4<br><br>Пояснение: Задание направлено на узнавание и сопоставление базовых свойств определённого интеграла с их стандартной записью.</td></tr>
<tr><td>Раздел 3.<br>Тема 3.3<br>Приложения определенного</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять</td><td>Задания закрытого типа на установление последовательности.<br>Вариант 1. Расположите этапы вычисления площади фигуры, ограниченной графиками функций $y=x^2$ и y=x на отрезке [0,1], в правильной последовательности:</td></tr>
</table>

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| интеграла | анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | системный подход для решения поставленных задач | 1. Найти точки пересечения графиков<br>2. Записать формулу площади: $S=\int_b^a (f(x)-g(x))\,dx$<br>3. Определить, какая функция находится выше на отрезке<br>4. Вычислить определённый интеграл<br><br>Правильная последовательность: 1 → 3 → 2 → 4<br>Пояснение: Сначала находят границы области (точки пересечения — 1), затем выясняют, какая функция сверху (3), записывают интеграл (2) и вычисляют его (4).<br><br>**Вариант 2.** Расположите действия в порядке, необходимом для нахождения пути, пройденного телом за время от t =1 до t=4, если скорость задана формулой v (t) = 2t:<br>1. Записать формулу пути через интеграл: $s=\int_1^4 v(t)\,dt$<br>2. Подставить выражение для скорости: $s=\int_1^4 2t\,dt$<br>3. Найти первообразную функции 2t<br>4. Применить формулу Ньютона–Лейбница и вычислить значение<br><br>Правильная последовательность: 1 → 2 → 3 → 4<br>Пояснение: Сначала формулируется физический смысл (1), подставляется конкретная функция (2), затем выполняется интегрирование (3) и вычисление (4). |
| Раздел 3.<br>Тема 3.4<br>Понятие о функциях нескольких переменных. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Что является областью определения функции двух переменных $f(x, y)= \sqrt{x+y}$?<br>A) Все пары (x,y)(*x*,*y*), такие что $x+y\geq 0$<br>B) Все пары (x,y)(*x*,*y*), такие что $x>0$ и $y>0$<br>C) Все пары (x,y)(*x*,*y*), кроме $x=0$ и $y=0$ |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | системный подход для решения поставленных задач | | D) Только точки, где x=y<br>Правильный ответ: A<br><br>Объяснение: Подкоренное выражение в квадратном корне должно быть неотрицательным. Поэтому x+y≥0. Это условие задаёт полуплоскость на координатной плоскости, включая прямую x+y=0. Остальные варианты слишком ограничены или неверны.<br><br>**Вариант 2.** Какое из выражений НЕ является функцией двух переменных?<br>Варианты ответов:<br>A) $z=x^2+y^2$<br>B) f (x,y)=sin(xy)<br>C) y=2x+1<br>D) u(x,y)= $\frac{x}{y}$ (при y≠0$y$)<br>Правильный ответ: C<br>Объяснение: Функция двух переменных зависит от двух независимых переменных (обычно x и y) и даёт значение третьей величины (например, z).<br>Вариант C — это функция одной переменной (линейная зависимость y от x), где y — зависимая переменная, а не аргумент.<br>Следовательно, это не функция двух переменных. |
| Раздел 4.<br>Тема 4.1<br>Введение в теорию групп. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Какие из следующих множеств с указанной операцией образуют группу?<br>A) Множество целых чисел Z с операцией сложения<br>B) Множество натуральных чисел N с операцией сложения<br>C) Множество ненулевых действительных чисел R∖{0} с операцией умножения<br>D) Множество всех квадратных матриц 2×2 с операцией сложения |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | решения поставленных задач | | Правильные ответы: A, C, D<br>Объяснение: Группа — это множество с бинарной операцией, удовлетворяющее четырём аксиомам:<br>1. замкнутость,<br>2. ассоциативность,<br>3. существование нейтрального элемента,<br>4. существование обратного элемента для каждого элемента.<br>A) (Z,+) — классическая абелева группа. Нейтральный элемент — 0, обратный к a — это − a<br>B) В N (если считать N={1, 2, 3, …}) нет нейтрального элемента (0 не входит), и нет обратных (например, к 1 нет обратного в N).<br>C) (R∖{0},·) — группа (умножение, нейтральный — 1, обратный к a — 1/a).<br>D) Множество всех 2×2 матриц с сложением — абелева группа: нейтральный элемент — нулевая матрица, обратный — противоположная матрица.<br>Примечание: если бы операция была умножение, то D не была бы группой (не все матрицы обратимы). Но здесь — сложение.<br><br>**Вариант 2.** Какие из перечисленных свойств обязательно выполняются в любой группе?<br>A) Существует единственный нейтральный элемент<br>B) Операция обязательно коммутативна (т.е. ab=ba)<br>C) Для каждого элемента существует ровно один обратный элемент<br>D) Произведение двух элементов всегда равно одному из них<br>Правильные ответы: A, C<br>Объяснение:<br>A) В любой группе нейтральный элемент единствен — это стандартная теорема.<br>B) Коммутативность не обязательна. Группы, где она есть, называются абелевыми, но существуют и неабелевы группы (например, группа невырожденных матриц с умножением). |

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>C) Обратный элемент для каждого элемента существует и единствен — это часть определения группы.<br>D) Нет, в общем случае ab — новый элемент, не совпадающий ни с a, ни с b. Например, в (Z,+): 2+3=5≠2,3.</td></tr>
<tr><td>Раздел 4.<br>Тема 4.2<br>Подгруппы, кольца, поля.</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>Задания закрытого типа на установление соответствия.<br>Вариант 1. Установите соответствие между множеством с операциями и алгебраической структурой, которую оно образует:<br><table><tr><th>Структура</th><th>Свойство</th></tr><tr><td>А) Группа</td><td>1) Множество с двумя операциями (+ и ·), где по сложению — абелева группа, по умножению — полугруппа, и выполняется дистрибутивность</td></tr><tr><td>Б) Кольцо</td><td>2) Множество с одной операцией, замкнутое, ассоциативное, с нейтральным элементом и обратными элементами</td></tr><tr><td>В) Поле</td><td>3) Коммутативное кольцо, в котором каждый ненулевой элемент имеет обратный по умножению</td></tr><tr><td>Г) Подгруппа</td><td>4) Подмножество группы, само являющееся группой относительно той же операции</td></tr></table>Правильный ключ:<br>А — 2<br>Б — 1<br>В — 3<br>Г — 4<br><br>Вариант 2. Установите соответствие между множеством с операциями и алгебраической структурой, которую оно образует:</td></tr>
</table>

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | | | <table><tr><th>Множество и операции</th><th>Структура</th></tr><tr><td>А) $\mathbb{Z}$ с операцией сложения</td><td>1) Группа</td></tr><tr><td>Б) $\mathbb{Z}$ с операциями сложения и умножения</td><td>2) Кольцо</td></tr><tr><td>В) $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ с умножением</td><td>3) Группа</td></tr><tr><td>Г) $\mathbb{R}$ с операциями сложения и умножения</td><td>4) Поле</td></tr></table> Правильный ключ:<br>А — 1<br>Б — 2<br>В — 3<br>Г — 4 |
| Раздел 4.<br>Тема 4.3 Поле комплексных чисел. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания закрытого типа на установление последовательности.**<br>**Вариант 1.** Расположите этапы перевода комплексного числа z = −1+i из алгебраической формы в тригонометрическую в правильной последовательности:<br>1. Найти модуль: $r = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$<br>2. Определить, в какой четверти находится точка (−1,1)<br>3. Найти аргумент: $\varphi = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$<br>4. Записать число в виде z=r(cos φ+isin φ)<br><br>Правильная последовательность: 1 → 2 → 3 → 4<br>Пояснение: Сначала вычисляется модуль (1), затем определяется четверть для корректного выбора угла (2), после — находят аргумент с учётом четверти (3), и наконец записывают тригонометрическую форму (4).<br><br>**Вариант 2.** Расположите действия в порядке выполнения сложения двух комплексных чисел в алгебраической форме:<br>$z_1=3-2i$, $z_2=-1+4i$ |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | | | 1. Сложить действительные части: $3+(-1)=2$<br>2. Сложить мнимые части: $-2i+4i=2i$<br>3. Записать результат: $z_1+z_2=2+2i$<br>4. Проверить, что оба числа записаны в виде a+bi<br><br>Правильная последовательность: 4 → 1 → 2 → 3<br>Пояснение: Перед сложением убеждаются, что числа в алгебраической форме (4), затем отдельно складывают действительные (1) и мнимые части (2), и записывают ответ (3). |
| Раздел 4.<br>Тема 4.4<br>Операции над комплексными числами. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Чему равна сумма комплексных чисел $z_1=2+3i$ и $z_2=1-5i$?<br>A) $3-2i$<br>B) $1+8i$<br>C) $3+2i$<br>D) $-1-2i$<br>Правильный ответ: A<br>Объяснение: Складываем отдельно действительные и мнимые части: $(2+1)+(3i-5i)=3-2i$.<br>Поэтому правильный ответ — A.<br><br>**Вариант 2.** Чему равно произведение комплексных чисел $z_1=i$ и $z_2=2-3i$?<br>A) $3+2i$<br>B) $-3+2i$<br>C) $2i-3i^2$<br>D) $-2-3i$<br>Правильный ответ: A<br>Объяснение: Умножим:<br>$i\cdot(2-3i)=2i-3i^2$.<br>Поскольку $i^2=-1$, то: $2i-3(-1)=2i+3=3+2i$. |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| | | | Следовательно, правильный ответ — A. |
| Раздел 5.<br>Тема 5.1<br>Прямая линия на плоскости. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Какие из приведённых уравнений задают прямую линию на плоскости?<br>A) y=2x+3$y$=2$x$+3<br>B) $x^2+y^2=4$<br>C) 3x−4y+5=0<br>D) y= $\frac{1}{x}$<br><br>Правильные ответы: A, C<br>Объяснение:<br>Уравнение A — это уравнение прямой с угловым коэффициентом.<br>Уравнение C — общее уравнение прямой вида Ax+By+C=0.<br>Уравнение B — уравнение окружности.<br>Уравнение D — гипербола (не прямая).<br><br>**Вариант 2.** Какие из точек лежат на прямой, заданной уравнением y=−x+2?<br>A) (0;2)<br>B) (1;1)<br>C) (2;0)<br>D) (3;2)<br>Правильные ответы: A, B, C<br>Объяснение: Подставим координаты каждой точки в уравнение y=−x+2:<br>A: 2=−0+2 → верно<br>B: 1=−1+2=1 → верно<br>C: 0=−2+2=0 → верно<br>D: 2=−3+2=−1 → неверно<br>Следовательно, правильные ответы — A, B, C. |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Тест по теме |
|---|---|---|---|
| Раздел 5. Тема 5.2 Линии второго порядка. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** Определите, какая линия задана уравнением: $x^2+y^2=9$ Назовите её тип и укажите основные характеристики (центр и радиус, если применимо).<br>Развёрнутый ответ: Данное уравнение — это уравнение окружности.<br>Общий вид окружности: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$<br>В нашем случае: $x_0=0$, $y_0=0$, $R^2=9$, значит $R=3$.<br>Следовательно, это окружность с центром в начале координат (0;0) и радиусом 3.<br><br>**Вариант 2.** Запишите каноническое уравнение эллипса, если его большая полуось равна 5, малая полуось равна 3, а центр находится в начале координат.<br>Развёрнутый ответ: Каноническое уравнение эллипса с центром в начале координат: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, где $a$ — большая полуось, $b$ — малая полуось.<br>По условию: a=5, b=3.<br>Подставляем:<br>: $\frac{x^2}{25}+:\ \frac{y^2}{9}=1$<br><br>Это и есть искомое уравнение эллипса. |

***Критерии оценивания тестового задания:***

| Оценка | Критерии оценивания |
|---|---|
| **отлично** | от 90 до 100 % правильно выполненных заданий |
| **хорошо** | от 70 до 89 % правильно выполненных заданий |
| **удовлетворительно** | от 50 до 69 % правильно выполненных заданий |
| **неудовлетворительно** | менее 50 % правильно выполненных заданий |

## 4.2 ТИПОВЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Практические задания должны отражать умение обучающегося применять осваиваемую компетенцию в практических ситуациях и при решении производственных задач (индикаторы УМЕТЬ).

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетинции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Задания к практическому занятию</th></tr>
<tr><td>Раздел 1.<br>Тема 1.1 Функции и их свойства</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</td><td>Задания закрытого типа на установление соответствия.<br>Вариант 1. На производстве зависимость прибыли P (в тыс. руб.) от количества выпущенных изделий x (в сотнях штук) описывается функцией:<br>$P(x)=-x^2+6x$<br>Установите соответствие между значением аргумента и характеристикой функции в этой точке:<br><table><tr><th>Значение $x$</th><th>Характеристика</th></tr><tr><td>А) $x=0$</td><td>1) Прибыль максимальна</td></tr><tr><td>Б) $x=3$</td><td>2) Производство остановлено, прибыль нулевая</td></tr><tr><td>В) $x=6$</td><td>3) Прибыль снова равна нулю (точка безубыточности)</td></tr><tr><td>Г) $x=4$</td><td>4) Прибыль положительна, но уже снижается</td></tr></table><br>Ключ:<br>А — 2<br>Б — 1<br>В — 3<br>Г — 4<br>Пояснение:<br>P(0)=0 → нет производства → прибыль 0<br>Вершина параболы при x=−b/(2a)=6/2=3 → максимум прибыли<br>P(6)=−36+36=0 → вторая точка безубыточности<br>При x=4: P(4)=−16+24=8>0, но после вершины → прибыль падает<br><br>Вариант 2. Инженер анализирует зависимость напряжения U(t)$U(t)$ в цепи от времени. Рассмотрите следующие функции и установите соответствие между функцией и её свойством, важным для анализа:</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетинции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Задания к практическому занятию</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><th>Функция</th><th>Свойство</th></tr>
<tr><td>А) $f(t) = t^2$</td><td>1) Чётная — симметрична относительно оси $Oy$</td></tr>
<tr><td>Б) $f(t) = \sin t$</td><td>2) Периодическая — повторяется через фиксированный интервал</td></tr>
<tr><td>В) $f(t) = e^t$</td><td>3) Возрастает на всей области определения</td></tr>
<tr><td>Г) ( f(t) =</td><td>t</td></tr>
</table>
Ключ:<br>А — 1<br>Б — 2<br>В — 3<br>Г — 4<br>Пояснение: Эти свойства важны при моделировании сигналов, роста процессов и симметрии в физических системах.
</td></tr>
<tr><td>Раздел 1. Тема 1.2. Предел последовательности.</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</td><td>Задания закрытого типа на установление последовательности.<br>Вариант 1. Инженер моделирует процесс, при котором значение параметра на n-м шаге задаётся формулой:<br>$a_n = \frac{4n+2}{2n-1}$<br>Он хочет определить, к какому значению стремится параметр при большом числе шагов.<br>Расположите этапы нахождения предела $\lim_{n\to\infty} a_n$ в правильной последовательности:<br>1. Разделить числитель и знаменатель на n<br>2. Подставить $n\to\infty$ и вычислить предел<br>3. Записать исходную последовательность<br>4. Упростить выражение: $\frac{4+\frac{2}{n}}{2-\frac{1}{n}}$<br>Правильная последовательность: 3 → 1 → 4 → 2<br>Пояснение: Сначала фиксируется исходная формула (3), затем</td></tr>
</table>

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | | | применяется стандартный приём — деление на старшую степень (1), упрощение (4), и вычисление предела (2).<br>Ответ: предел равен $\frac{4}{2} = 2$<br><br>**Вариант 2.** При анализе сходимости численного метода получена последовательность погрешностей: $\varepsilon_n = \frac{1}{n^2}$<br>Специалист проверяет, стремится ли погрешность к нулю. Расположите действия в порядке, необходимом для обоснования сходимости:<br>1. Сделать вывод: погрешность стремится к нулю, метод сходится<br>2. Вспомнить, что $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}=0$ при p > 0<br>3. Определить, что p=2>0<br>4. Записать предел: $\lim_{n\to\infty} \varepsilon_n = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}$<br><br>Правильная последовательность: 4 → 2 → 3 → 1<br>Пояснение: Сначала записывается предел (4), затем применяется известный факт (2), подтверждается условие (3), и делается практический вывод о сходимости (1). |
| Раздел 1.<br>Тема 1.3 Предел функции. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** При моделировании процесса нагрева детали температура T(t) (в °C) через время t (в минутах) описывается функцией:<br>$T(t) = \frac{100t}{t+1}$<br>Какова установившаяся температура (то есть предел при $t \to \infty$)?<br>A) 0°C<br>B) 50°C |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | задач | | C) 100°C<br>D) ∞<br><br>Правильный ответ: C<br>Объяснение: Разделим числитель и знаменатель на t:<br>$T(t) = \frac{100}{1+\frac{1}{t}} \xrightarrow[t\to\infty]{} \frac{100}{1+0} = 100.$<br><br>Это означает, что со временем температура стремится к 100°C — это установившееся значение. Следовательно, правильный ответ — C.<br><br>**Вариант 2.** При испытании пружины сила упругости F(x) (в Н) при малых деформациях x (в м) задаётся формулой:<br>$F(x) = \frac{\sin(2x)}{x}, \quad x \neq 0$<br><br>Каково предельное значение силы при стремлении деформации к нулю (x→0)?<br>A) 0<br>B) 1<br>C) 2<br>D) Не существует<br>Правильный ответ: C<br>Объяснение: Используем первый замечательный предел:<br>$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(kx)}{x} = k.$<br>Здесь k=2, поэтому:<br>$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{x} = 2.$<br><br>Это значение соответствует линейному закону Гука в пределе малых деформаций. Правильный ответ — C. |
| Раздел 1. | **УК-1** Способен | **ИУК-1.2. Умеет** | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор** |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| Тема 1.4 Непрерывность функции. | осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **нескольких ответов из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Инженер анализирует зависимость выходного сигнала устройства от времени, заданную функцией:<br>$$f(t)=\begin{cases} t^2, & t<1 \\ 2, & t=1 \\ 2t-1, & t>1 \end{cases}$$<br>Какие из следующих утверждений верны?<br>A) Функция непрерывна при t<1<br>B) Функция непрерывна при t>1<br>C) В точке t=1 функция имеет разрыв I рода<br>D) Функция непрерывна во всех точках<br><br>Правильные ответы: A, B, C<br>Объяснение:<br>- При t<1: $f(t)=t^2$ — элементарная функция → непрерывна<br>- При t>1: $f(t)=2t-1$ — линейная функция → непрерывна<br>- В точке t=1:<br>$\lim_{t\to 1^-} f(t)=1$,<br>$\lim_{t\to 1^+} f(t)=2\cdot 1-1=1$<br>но $f(1)=2\neq 1$ → предел существует, но не равен значению → устранимый разрыв (разрыв I рода)<br>Следовательно, D — неверно<br><br>**Вариант 2.** При проектировании системы управления важно, чтобы характеристики были непрерывными. Какие из перечисленных функций непрерывны на всей числовой прямой? |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | | | A) $f(x) = x^3$<br>B) $g(x) = \frac{1}{x}$<br>C) $h(x) = \|x\|$<br>D) $k(x) = \begin{cases} x, & x \le 0 \\ x+1, & x > 0 \end{cases}$<br>Правильные ответы: A, C<br>A) $x^3$ — многочлен → непрерывен на R<br>B) $\frac{1}{x}$ не определена в x=0 → разрыв II рода<br>C) \|x\| — непрерывна всюду (угловая точка, но без разрыва)<br>D) в точке x=0:<br>• $\lim_{x\to 0}-=0$,<br>• $\lim_{x\to 0}+=1$ → разрыв скачка (I рода) |
| Раздел 2.<br>Тема 2.1 Понятие производной и дифференциала | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** Скорость движения тела (в м/с) задана функцией $v(t)=3t^2+2$, где *t* — время в секундах.<br>Найдите ускорение тела в момент времени t=2 с. Объясните, какую роль играет производная в этой задаче.<br><br>Развёрнутый ответ: Ускорение — это производная скорости по времени:<br>$a(t) = v'(t) = \frac{d}{dt}(3t^2 + 2) = 6t.$<br>Подставим t=2:<br>$a(2) = 6 \cdot 2 = 12\ \text{м/с}^2.$<br><br>Объяснение: Производная позволяет определить скорость изменения скорости, то есть ускорение. В физике и инженерии производная используется для перехода от одной кинематической величины к другой |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | | | (например, от координаты — к скорости, от скорости — к ускорению).<br><br>**Вариант 2.** При изготовлении цилиндрической детали радиус основания r=10 см, а высота h=20 см. Из-за погрешности станка радиус может увеличиться на Δr=0,1 см.<br>Используя дифференциал, приближённо найдите, на сколько увеличится объём детали. Объясните, зачем в инженерных расчётах используют дифференциал.<br><br>Развёрнутый ответ: Объём цилиндра: $V=\pi r^2 h$.<br>Дифференциал объёма по r:<br>$$dV = \frac{\partial V}{\partial r}\,dr = (2\pi r h)\,dr.$$<br>Подставим значения:<br>$$dV = 2\pi \cdot 10 \cdot 20 \cdot 0{,}1 = 40\pi \approx 125{,}6 \text{ см}^3.$$<br>Объяснение: Дифференциал даёт линейное приближение изменения функции при малом изменении аргумента. В инженерии это позволяет быстро оценить влияние допусков, погрешностей или отклонений без сложных вычислений. |
| Раздел 2.<br>Тема 2.2 Правила дифференцирования | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** Зависимость пути s (в метрах) от времени t (в секундах) для движущегося робота задана формулой:<br>$$s(t) = 4t^2 + 3t$$<br>Найдите скорость робота через 2 секунды. Объясните, как вы нашли скорость.<br>Развёрнутый ответ: Скорость — это производная пути по времени: $v(t)=s'(t)$<br>Найдём производную, используя правило дифференцирования степенной функции $s'(t)=(4t^2)'+(3t)'=4\cdot 2t+3=8t+3$<br>Подставим t=2: |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | | | $v(2)=8\cdot2+3=16+3=19$ м/с<br>Объяснение: Чтобы найти скорость, я взял производную от функции пути. Для этого применил правило: производная $t^n$ равна $nt^{n-1}$, и воспользовался линейностью производной (производная суммы — сумма производных).<br><br>**Вариант 2.** Стоимость C (в рублях) производства x единиц продукции задана формулой:<br>$C(x)=5x^2+100$<br>Найдите предельные издержки при выпуске x=3. Объясните, что вы делали.<br>Развёрнутый ответ: Предельные издержки — это производная стоимости:<br>$C'(x)=(5x^2+100)' =5\cdot2x+0=10x$<br>Подставим x=3:<br>$C'(3) =10\cdot3=30$ руб.<br>Объяснение: Я нашёл производную функции стоимости, используя правило дифференцирования степенной функции и то, что производная константы (100) равна нулю. Полученное число показывает, на сколько примерно увеличится стоимость при производстве одной дополнительной единицы. |
| Раздел 2.<br>Тема 2.3 Применение производной | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** Зависимость температуры T (в °C) нагревающегося элемента от времени t*t* (в минутах) задана формулой:<br>$T(t)=-t^2+6t$<br>Определите, в какой момент времени температура будет максимальной. Объясните, как вы это нашли.<br>Развёрнутый ответ: Найдём производную функции:<br>$T'(t)=(-t^2+6t)'=-2t+6$<br>Приравняем её к нулю, чтобы найти критическую точку:<br>$-2t+6=0 \Rightarrow t=3$<br>Проверим знак производной: |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | поставленных задач | | • При $t<3$: $T'(t)>0$ → функция возрастает<br>• При $t>3$: $T'(t)<0$ → функция убывает<br>Значит, в точке $t=3$ достигается максимум.<br>Ответ: Максимальная температура будет через 3 минуты.<br>Объяснение: использование производной для нахождения экстремума: там, где производная меняет знак с «+» на «–», функция имеет максимум. Это стандартный метод исследования функций в инженерных задачах.<br><br>**Вариант 2.** Функция прибыли компании от объёма продаж x (в тыс. шт.) задана как:<br>$P(x)=-x^2+8x-10$<br>При каком объёме продаж прибыль будет наибольшей? Обоснуйте своё решение.<br>Развёрнутый ответ:<br>Найдём производную:<br>$P'(x)=(-x^2+8x-10)'=-2x+8$<br>Приравняем к нулю:<br>$-2x+8=0 \Rightarrow x=4$<br>Анализ знака производной:<br>• При $x<4$: $P'(x)>0$ → прибыль растёт<br>• При $x>4$: $P'(x)<0$ → прибыль падает<br>Следовательно, при $x=4$ достигается максимум прибыли.<br>Ответ: Наибольшая прибыль — при объёме продаж 4 тыс. штук.<br>Объяснение: Я применил метод нахождения экстремума с помощью первой производной. Такой подход часто используется в экономике и управлении для оптимизации показателей. |
| Раздел 2.<br>Тема 2.4 Экстремумы функции. Исследование функции. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** Функция затрат на производство x единиц товара (в тыс. руб.) задана формулой:<br>$C(x)=x^2-4x+5$<br>Найдите объём производства, при котором затраты минимальны. |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | информации, применять системный подход для решения поставленных задач | подход для решения поставленных задач. | Объясните, как вы это определили.<br>Развёрнутый ответ: Найдём производную функции затрат:<br>$C'(x)=(x^2-4x+5)'=2x-4$<br>Приравняем производную к нулю:<br>$2x-4=0 \Rightarrow x=2$<br>Проверим знак производной:<br>• При $x<2$: $C'(x)<0$ → затраты убывают<br>• При $x>2$: $C'(x)>0$ → затраты возрастают<br>Значит, в точке $x=2$ достигается минимум.<br>Ответ: Минимальные затраты — при производстве 2 единиц.<br>Объяснение: использование первой производной для нахождения экстремума. Смена знака производной с «–» на «+» указывает на точку минимума. Это базовый метод исследования функций в экономических задачах.<br><br>**Вариант 2.** Высота h(t) (в метрах) подброшенного вверх мяча через t секунд описывается функцией:<br>$h(t)=-5t2+20t$<br>В какой момент времени мяч достигнет максимальной высоты?<br>Обоснуйте свой ответ.<br>Эталон развёрнутого ответа:<br>Найдём производную:<br>$h'(t)=(-5t2+20t)'=-10t+20$<br>Приравняем к нулю:<br>$-10t+20=0 \Rightarrow t=2$<br>Анализ знака производной:<br>• При $t<2$: $h'(t)>0$ → мяч поднимается<br>• При $t>2$: $h'(t)<0$ → мяч падает<br>Следовательно, в момент $t=2$ с мяч находится на максимальной высоте.<br>Ответ: Максимальная высота достигается через 2 секунды.<br>Объяснение: Применён метод исследования функции с помощью первой производной. Такой подход позволяет находить экстремальные значения |

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетинции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Задания к практическому занятию</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>в физических и инженерных задачах.</td></tr>
<tr><td>Раздел 3.<br>Тема 3.1<br>Неопределенный интеграл</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</td><td>Задания закрытого типа на установление соответствия.<br>Вариант 1. Установите соответствие между интегралом и его результатом:<br><table><tr><th>Интеграл</th><th>Результат</th></tr><tr><td>А) $\int 3x^2\,dx$</td><td>1) $\frac{x^4}{4}+C$</td></tr><tr><td>Б) $\int x^3\,dx$</td><td>2) $x^3+C$</td></tr><tr><td>В) $\int 4x\,dx$</td><td>3) $2x^2+C$</td></tr><tr><td>Г) $\int 6\,dx$</td><td>4) $6x+C$</td></tr></table>Правильный ключ:<br>А — 2<br>Б — 1<br>В — 3<br>Г — 4<br>Пояснение:<br>Используется правило $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ при n ≠ -1 а также линейность интеграла.<br><br>Вариант 2. Установите соответствие между функцией и её первообразной (неопределённым интегралом):<br><table><tr><th>Функция $f(x)$</th><th>Первообразная $F(x)+C$</th></tr><tr><td>А) $f(x)=1$</td><td>1) $\frac{x^2}{2}+C$</td></tr><tr><td>Б) $f(x)=x$</td><td>2) $x+C$</td></tr><tr><td>В) $f(x)=2x$</td><td>3) $x^2+C$</td></tr><tr><td>Г) $f(x)=5$</td><td>4) $5x+C$</td></tr></table>Правильный ключ:<br>А — 2<br>Б — 1</td></tr>
</table>

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | | | В — 3<br>Г — 4<br>Пояснение: Производная от первообразной даёт исходную функцию:<br>$x+C)'=1$<br><br>$(\frac{x^2}{2}+C)'=x$<br><br>$(x^2+C)'=2x$<br><br>$(5x+C)'=5$ |
| Раздел 3.<br>Тема 3.2<br>Определенный интеграл | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** Скорость движения автомобиля (в м/с) в течение первых 4 секунд после старта описывается формулой:<br>v(t)=2t<br>Найдите путь, пройденный автомобилем за это время. Объясните, как вычисляется путь с помощью определённого интеграла.<br>Развёрнутый ответ: Путь s равен определённому интегралу от скорости по времени:<br>$$s = \int_0^4 v(t)\,dt = \int_0^4 2t\,dt$$<br>Найдём первообразную:<br>$$\int 2t\,dt = t^2 + C$$<br>Применим формулу Ньютона–Лейбница:<br>$$s = t^2\big|_0^4 = 4^2 - 0^2 = 16 \text{ метров}$$<br>Объяснение: Путь — это площадь под графиком скорости.<br>Определённый интеграл позволяет точно вычислить эту площадь, даже если скорость меняется со временем. |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | | | **Вариант 2.** Производительность насоса (в литрах в минуту) изменяется по закону:<br>p(t)=10+2t, где t — время в минутах. Сколько воды накачает насос за первые 5 минут?<br>Развёрнутый ответ: Объём воды V равен интегралу от производительности по времени:<br>$$V = \int_0^5 p(t)\,dt = \int_0^5 (10 + 2t)\,dt$$<br>Найдём первообразную:<br>$$\int (10 + 2t)\,dt = 10t + t^2 + C$$<br>Вычислим определённый интеграл:<br>$$V = (10t + t^2)\Big|_0^5 = (10 \cdot 5 + 5^2) - (0 + 0) = 50 + 25 = 75 \text{ литров}$$<br>Объяснение: Интеграл суммирует малые порции воды, подаваемые каждую долю минуты. Это позволяет учесть изменение производительности во времени и найти общий объём. |
| Раздел 3.<br>Тема 3.3 Приложения определенного интеграла | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Инженер использует определённый интеграл для решения практических задач. Какие из перечисленных величин можно найти с помощью определённого интеграла?<br>A) Путь, пройденный телом, если известна скорость как функция времени<br>B) Площадь фигуры, ограниченной графиком функции и осью Ox<br>C) Мгновенная скорость в момент времени t=2<br>D) Объём тела вращения<br>Правильные ответы: A, B, D |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | задач | | Объяснение:<br>A) Путь = $\int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt$<br>B) Площадь под графиком = $\int_a^b f(x)\,dx$<br>C) Мгновенная скорость — это производная пути, а не интеграл<br>D) Объём тела вращения вычисляется по формуле $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.<br><br>**Вариант 2.** Студент анализирует применение определённого интеграла в физике и технике. Какие из следующих утверждений верны?<br>A) Определённый интеграл позволяет найти работу переменной силы<br>B) Среднее значение функции на отрезке вычисляется с помощью определённого интеграла<br>C) Определённый интеграл всегда даёт положительное число<br>D) Масса неоднородного стержня с известной плотностью ρ(x) равна $\int_a^b \rho(x)\,dx$<br><br>Правильные ответы: A, B, D<br>A) Работа = ∫F(x) dx<br>B) Среднее значение = $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$<br>C) Неверно — интеграл может быть отрицательным или нулём (например, если функция ниже оси Ox)<br>D) Масса = интеграл от плотности |
| Раздел 3.<br>Тема 3.4 Понятие о функциях нескольких переменных. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять | **ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Какие из приведённых величин в реальных задачах естественно зависят от двух или более переменных?<br>A) Температура в комнате — зависит от координат точки (x,y,z)<br>B) Площадь прямоугольника — зависит от длины a*a* и ширины b<br>C) Стоимость проезда в такси — зависит только от времени суток |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | системный подход для решения поставленных задач | | D) Объём цилиндра — зависит от радиуса основания r и высоты h<br>Правильные ответы: A, B, D<br>Объяснение:<br>A) Температура может меняться в разных точках пространства → функция трёх переменных<br>B) $S=a\cdot b$ — функция двух переменных<br>C) На самом деле стоимость такси обычно зависит и от расстояния, и от времени, но в данном утверждении сказано «только от времени суток», что неверно как общее правило<br>D) $V=\pi r^2h$ — функция двух переменных<br><br>**Вариант 2.** Рассмотрите функцию $f(x,y)=x^2+y$<br>Какие из следующих утверждений верны?<br>A) Это функция двух переменных<br>B) Её область определения — все пары действительных чисел (x,y)<br>C) При фиксированном x=1 получается функция одной переменной $f(1,y)=1+y$<br>D) График этой функции — прямая линия на плоскости<br>Правильные ответы: A, B, C<br>Объяснение:<br>A) Да, аргументы — x и y<br>B) Нет ограничений (нет деления на ноль, корней чётной степени и т.п.) → область — $R^2$<br>C) Подстановка даёт $f(1,y)=1^2+y=1+y$ — функция одной переменной<br>D) График функции двух переменных — поверхность в пространстве, а не прямая на плоскости |
| Раздел 4.<br>Тема 4.1 Введение в теорию групп. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения | **Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных с последующим объяснением своего выбора.**<br>**Вариант 1.** Какое из следующих множеств с указанной операцией образует группу?<br>A) Натуральные числа N с операцией сложения |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | применять системный подход для решения поставленных задач | поставленных задач. | B) Целые числа Z с операцией сложения<br>C) Целые числа Z с операцией умножения<br>D) Положительные целые числа с операцией вычитания<br>Правильный ответ: B<br>Объяснение: Группа должна удовлетворять четырём условиям: замкнутость, ассоциативность, существование нейтрального элемента и обратного для каждого элемента.<br>B (Z,+)(Z,+):<br>нейтральный элемент — 0,<br>обратный к a — это –a ∈ Z,<br>сложение ассоциативно и замкнуто.<br>→ Это группа.<br>Остальные варианты не подходят: в A нет нуля и обратных, в C нет обратных (например, к 2), в D операция не замкнута ($5 - 7 = -2 \notin$ положительным числам).<br><br>**Вариант 2.** Что является нейтральным элементом в группе $(R \setminus \{0\},\cdot)$ — ненулевые действительные числа с умножением?<br>A) 0<br>B) 1<br>C) −1<br>D) Не существует<br>Правильный ответ: B<br>Объяснение: Нейтральный элемент e должен удовлетворять условию: $a \cdot e = e \cdot a = a$ для любого a.<br>Для умножения таким элементом является 1, так как $a \cdot 1 = a$.<br>Число 0 не входит в множество $R \setminus \{0\}$, поэтому не подходит.<br>Следовательно, правильный ответ — B. |
| Раздел 4.<br>Тема 4.2 Подгруппы, кольца, поля. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, | **Задания закрытого типа на установление последовательности.**<br>**Вариант 1.** Расположите шаги проверки, является ли множество H={0,2,4} подгруппой группы $(Z_6,+)$, в правильной логической последовательности: |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | применять системный подход для решения поставленных задач. | 1. Проверить, замкнуто ли H относительно операции сложения по модулю 6<br>2. Убедиться, что нейтральный элемент группы Z6 содержится в H<br>3. Проверить, что для каждого элемента из H его обратный также принадлежит H<br>4. Записать состав множества H и операцию группы<br>Правильная последовательность: 4 → 2 → 1 → 3<br>Пояснение: Сначала фиксируем объект (4), затем проверяем наличие нейтрального элемента (в Z6 это 0 → есть в H) (2), далее — замкнутость (например, $2+4=6\equiv 0 \bmod 6 \in H$) (1), и, наконец, наличие обратных:<br>обратный к 0 — 0,<br>к 2 — 4 (т.к. 2+4=0),<br>к 4 — 2 → все в H (3).<br><br>**Вариант 2.** Расположите структуры в порядке расширения алгебраических свойств — от простейшей к наиболее «богатой»:<br>1. Кольцо<br>2. Группа<br>3. Поле<br>Правильная последовательность: 2 → 1 → 3<br>Пояснение:<br>- Группа — одна операция (например, сложение), удовлетворяющая аксиомам.<br>- Кольцо — две операции: по сложению — абелева группа, по умножению — полугруппа (или моноид), плюс дистрибутивность.<br>- Поле — коммутативное кольцо, в котором каждый ненулевой элемент имеет обратный по умножению (т.е. и сложение, и умножение образуют группы, кроме нуля для умножения).<br>Таким образом, каждая следующая структура содержит больше свойств. |
| Раздел 4.<br>Тема 4.3 Поле комплексных чисел. | **УК-1** Способен осуществлять | **ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического | **Задания закрытого типа на установление последовательности.**<br>**Вариант 1.** Расположите этапы нахождения суммы двух комплексных чисел $z_1=3-2i$ и $z_2=-1+4i$ в правильной последовательности: |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач | 1. Сложить мнимые части: $-2i+4i=2i$<br>2. Записать результат в виде a+bi<br>3. Сложить действительные части: $3+(-1)=2$<br>4. Убедиться, что оба числа записаны в алгебраической форме<br>Правильная последовательность: 4 → 3 → 1 → 2<br>Пояснение: Перед сложением нужно убедиться, что числа в алгебраической форме (4). Затем отдельно складываем действительные (3) и мнимые части (1), после чего записываем ответ (2).<br><br>**Вариант 2.** Расположите действия в порядке перехода от алгебраической формы комплексного числа z=1+i к тригонометрической:<br>1. Найти модуль: $r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$<br>2. Определить аргумент: $\varphi = \frac{\pi}{4}$ (так как точка в I четверти)<br>3. Записать число в виде $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$<br>4. Убедиться, что число имеет вид $a + bi$<br>Правильная последовательность: 4 → 1 → 2 → 3<br>Пояснение: Сначала фиксируем исходную форму (4), затем вычисляем модуль (1), определяем угол с учётом четверти (2), и записываем тригонометрическую форму (3). |
| Раздел 4.<br>Тема 4.4 Операции над комплексными числами. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Задания закрытого типа на установление последовательности.**<br>**Вариант 1.** Расположите этапы умножения двух комплексных чисел $z_1=2+i$ и $z_2=1-3i$ в правильной последовательности:<br>1. Применить правило $i^2=-1$<br>2. Раскрыть скобки по формуле умножения двучленов<br>3. Записать результат в виде a+bi<br>4. Привести подобные члены<br>Правильная последовательность: 2 → 1 → 4 → 3<br>Пояснение: Сначала раскрываем скобки: $(2+i)(1-3i)=2\cdot1+2\cdot(-3i)+i\cdot1+i\cdot(-3i)$ (2).<br>Затем заменяем $i^2$ на −1 (1), например: $-3i^2=-3(-1)=3$.<br>После этого складываем действительные и мнимые части (4) и |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | задач | | записываем окончательный ответ (3).<br><br>**Вариант 2.** Расположите действия при делении комплексного числа $z_1=3+2i$ на $z_2=1+i$ в правильной последовательности:<br>1. Умножить числитель и знаменатель на сопряжённое знаменателя $1-i$<br>2. Упростить числитель и знаменатель, используя $i2=-1$<br>3. Записать частное в виде дроби $\frac{3+2i}{1+i}$<br>4. Представить результат в алгебраической форме $a+bi$<br>Правильная последовательность: $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$<br>Пояснение: Сначала записываем деление как дробь (3), затем избавляемся от мнимости в знаменателе, умножая на сопряжённое (1). После упрощения с учётом $i^2=-1$ (2) получаем число в виде $a+bi$ (4). |
| Раздел 5.<br>Тема 5.1 Прямая линия на плоскости. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач | **Задания открытого типа с развернутым ответом.**<br>**Вариант 1.** На производственном участке робот перемещается по прямой. Известно, что его траектория описывается уравнением:<br>$2x-y+3=0$<br>Определите, пройдёт ли робот через точку M(1;5). Обоснуйте свой ответ.<br>Эталон развёрнутого ответа: Подставим координаты точки M(1;5) в уравнение прямой:<br>$2\cdot1-5+3=2-5+3=0$<br>Получили верное равенство (0 = 0), значит, точка лежит на прямой.<br>Ответ: Да, робот пройдёт через точку M(1;5).<br>Объяснение: Чтобы проверить принадлежность точки прямой, достаточно подставить её координаты в уравнение. Если равенство выполняется — точка лежит на прямой. Это простой и надёжный метод, используемый в системах управления и навигации.<br><br>**Вариант 2.** При проектировании дороги инженер получил данные: дорога должна проходить через точки A(1;2) и B(4;8).<br>Напишите уравнение прямой, описывающей эту дорогу. Объясните, как вы его получили. |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | | | Эталон развёрнутого ответа: Используем уравнение прямой, проходящей через две точки:<br>$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$<br>Подставим координаты точек A(1;2) и B(4;8):<br>$\frac{y-2}{8-2}=\frac{x-1}{4-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{y-2}{6}=\frac{x-1}{3}$<br>Умножим обе части на 6:<br>y−2=2(x−1)<br>Раскроем скобки:<br>y−2=2x−2⇒y=2x<br>Ответ: Уравнение дороги: y=2x<br>Объяснение: Я использовал стандартную формулу для прямой через две точки, выполнил алгебраические преобразования и получил уравнение в виде y=kx+b удобное для дальнейшего использования в расчётах.<br><br>**Вариант 2.** На производственном участке робот перемещается по прямой. Известно, что его траектория описывается уравнением:<br>2x−y+3=0<br>Определите, пройдёт ли робот через точку M(1;5)*M*(1;5). Обоснуйте свой ответ.<br>Эталон развёрнутого ответа:<br>Подставим координаты точки M(1;5) в уравнение прямой:<br>2·1−5+3=2−5+3=0<br>Получили верное равенство (0 = 0), значит, точка лежит на прямой.<br>Ответ: Да, робот пройдёт через точку M(1;5).<br>Объяснение: Чтобы проверить принадлежность точки прямой, достаточно подставить её координаты в уравнение. Если равенство выполняется — точка лежит на прямой. Это простой и надёжный метод, используемый в системах управления и навигации. |
| Раздел 5. | **УК-1** Способен | **ИУК-1.2.** **Умеет** | **Задания открытого типа с развернутым ответом.** |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| Тема 5.2. Линии второго порядка | осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Вариант 1.** Антенный рефлектор имеет форму параболы. Его поперечное сечение описывается уравнением:<br>$$y = \frac{1}{8}x^2$$<br>Приведите это уравнение к каноническому виду параболы и укажите, чему равен параметр p (расстояние от фокуса до директрисы).<br>Развёрнутый ответ: Каноническое уравнение параболы, ветви которой направлены вверх, имеет вид:<br>$x^2=2py$<br>Преобразуем данное уравнение:<br>$$y = \frac{1}{8}x^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 8y$$<br>Сравниваем с $x^2=2py$:<br>$2p=8 \Rightarrow p=4$<br>Ответ: Канонический вид — $x^2=8y$, параметр $p=4$.<br>Объяснение: Параметр p важен в технике: он определяет положение фокуса параболического зеркала, куда собираются сигналы (например, в спутниковых антеннах). Знание канонической формы позволяет точно рассчитать геометрию устройства.<br><br>**Вариант 2.** На местности планируется построить круглую клумбу радиусом 4 м с центром в точке (2;−1).<br>Запишите уравнение границы этой клумбы и объясните, как вы его получили.<br>Развёрнутый ответ: Граница круглой клумбы — это окружность.<br>Уравнение окружности с центром в точке $(x_0;y_0)$ и радиусом R имеет вид:<br>$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$<br>Подставим данные: $x_0=2$, $y_0=-1$, $R=4$:<br>$(x-2)^2+(y+1)^2=16$ |

| Тема | Код и формулировка компетинции | Индикаторы достижения компетенции | Задания к практическому занятию |
|---|---|---|---|
| | | | Ответ: Уравнение границы клумбы: $(x-2)^2+(y+1)^2=16$.<br>Объяснение: использовалось каноническое уравнение окружности — одной из основных линий второго порядка. Такие уравнения применяются в проектировании, строительстве и навигации для описания круговых объектов. |

***Критерии оценивания практических занятий:***

| Оценка | Критерии оценивания |
|---|---|
| **отлично** | Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи, формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, обосновывает свои суждения и даёт правильные ответы на вопросы преподавателя |
| **хорошо** | Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи и формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, но содержание ответов имеют некоторые неточности и требуют уточнения и комментария со стороны преподавателя |
| **удовлетворительно** | Выставляется, если обучающийся знает и понимает материал по заданной теме, но изложение неполное, непоследовательное, допускаются неточности в определении понятий, студент не может обосновать свои ответы на уточняющие вопросы преподавателя |
| **неудовлетворительно** | Выставляется, если обучающийся допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Делает ошибки в ответах на уточняющие вопросы преподавателя |

### 4.3. ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольные работы содержат несколько практических заданий по индивидуальным вариантам, в полном объеме охватывающих изученный материал по указанной теме (индикаторы УМЕТЬ). Выполнение контрольных работ позволяет определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций.

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Типовой вариант контрольной работы |
|---|---|---|---|
| **Раздел №1 «Элементы теории предела»**<br>Тема 1.1 Функции и | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных | **Контрольная работа №1**<br>Выполните все задания. Обязательно приводите обоснования.<br>Функции и их свойства |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Типовой вариант контрольной работы |
|---|---|---|---|
| их свойства<br>Тема 1.2: Предел последовательности.<br>Тема 1.3 Предел функции.<br>Тема 1.4 Непрерывность функции. | информации, применять системный подход для решения поставленных задач | задач. | Найдите область определения функции<br>$f(x) = \sqrt{x+2} + \frac{1}{x-1}$<br>1. Является ли она чётной или нечётной?<br>2. Предел последовательности<br>Вычислите:<br>$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^2-5}{2n^2+1}$.<br>3. Предел функции<br>Найдите:<br>$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(5x)}{x}$<br>4. Непрерывность функции Исследуйте на непрерывность в точке x=2:<br>$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$<br>Укажите тип разрыва и можно ли его устранить. |
| Раздел №2 «Элементы дифференциального исчисления»<br>Тема 2.1 Понятие производной и дифференциала<br>Тема 2.2 Правила дифференцирования<br>Тема 2.3 Применение производной<br>Тема 2.4 Экстремумы функции.<br>Исследование функции. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Контрольная работа №2**<br>Решите задачи, применяя методы дифференциального и интегрального исчисления.<br>Производная и дифференциал<br>1. Найдите производную функции: f(x)=(x2+1)·ex<br>$f(x) = (x^2+1) \cdot e^x$.<br>2. Применение производной<br>Найдите точки экстремума функции<br>$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.<br>Определите, где функция возрастает и убывает.<br>3. Неопределённый интеграл<br>Вычислите: |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Типовой вариант контрольной работы |
|---|---|---|---|
| Раздел №3 «Элементы интегрального исчисления»<br>Тема 3.1 Неопределенный интеграл<br>Тема 3.2 Определенный интеграл<br>Тема 3.3 Приложения определенного интеграла<br>Тема 3.4 Понятие о функциях нескольких переменных. | | | $\int (2x^3 - 4x + 7)\, dx$<br>4. Определённый интеграл и его приложение<br>Вычислите путь, пройденный телом за время от t=0 до $t$=3, если скорость задана как $v(t)=4t-t^2$ |

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Типовой вариант контрольной работы |
|---|---|---|---|
| Раздел №4 «Элементы общей алгебры»<br>Тема 4.1 Введение в теорию групп.<br>Тема 4.2 Подгруппы, кольца, поля.<br>Тема 4.3 Поле комплексных чисел.<br>Тема 4.4 Операции над комплексными числами.<br><br>Раздел №5 «Элементы аналитической геометрии»<br>Тема 5.1 Прямая линия на плоскости.<br>Тема 5.2 Линии второго порядка. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **Контрольная работа №3**<br>Примените алгебраические и геометрические методы для решения задач.<br>1. Комплексные числа<br>Даны $z_1=3+i$, $z_2=1-2i$. Найдите:<br>а) $z_1+z_2$<br>б) $z_1 \cdot z_2$<br>в) модуль и аргумент $z_1$<br>2. Алгебраические структуры<br>Проверьте, образует ли множество Z с операцией сложения группу. Обоснуйте ответ, указав все аксиомы группы.<br>3. Прямая на плоскости<br>Напишите уравнение прямой, проходящей через точки A(1;3) и B(4;−1).<br>4. Линии второго порядка Приведите уравнение к каноническому виду и определите тип линии:<br>$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ |

***Критерии оценивания контрольной работы:***

| Оценка | Критерии оценивания |
|---|---|
| **отлично** | Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи, формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, обосновывает свои суждения и даёт<br>правильные ответы на вопросы преподавателя |
| **хорошо** | Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи и формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, но содержание ответов имеют некоторые неточности и требуют уточнения и комментария со стороны преподавателя. |
| **удовлетворительно** | Выставляется, если обучающийся знает и понимает материал по заданной теме, но изложение неполное, непоследовательное, допускаются неточности в определении понятий, студент не может обосновать свои ответы на |

| | |
|---|---|
| | уточняющие вопросы преподавателя |
| **неудовлетворительно** | Выставляется, если обучающийся допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Делает ошибки в ответах на уточняющие вопросы преподавателя |

### 4.4. ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа (индикаторы ЗНАТЬ, УМЕТЬ – на выбор) включает в себя проработку теоретического материала, изучение рекомендуемой литературы, выполнение практико-ориентированных заданий (заполнение таблиц, проведение сравнительного анализа, составление схем и др.), решение практических задач, создание презентаций, написание рефератов, подборка нормативного и иного материала и выполнение других заданий.

| Тема | Код и формулировка компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Типовое задание для самостоятельной работы |
|---|---|---|---|
| Раздел №1 «Элементы теории предела»<br>Тема 1.1 Функции и их свойства<br>Тема 1.2: Предел последовательности.<br>Тема 1.3 Предел функции.<br>Тема 1.4 Непрерывность функции. | **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **1. Список тем рефератов**<br>1. Как понятие предела функции помогает инженеру определить безопасный режим работы оборудования при экстремальных нагрузках?<br>2. Почему непрерывность функции важна при моделировании физических процессов (например, температуры, давления, скорости)?<br>3. Может ли разрыв функции быть полезным? Приведите примеры из экономики или техники, где разрыв отражает реальное событие (скачок цены, авария, включение/выключение).<br>4. Как предел последовательности используется в цифровых технологиях (например, при сжатии изображений или обработке сигналов)?<br>5. Почему нельзя просто «подставить число» при вычислении предела? Объясните на примере неопределённости 0000 и её значение в реальных расчётах.<br>6. Как идея «приближения к значению» (через предел) лежит в основе численных методов, используемых в инженерных расчётах?<br>7. Сравните понятия «мгновенная скорость» и «средняя скорость». Как предел помогает перейти от одного к другому?<br>8. Какие ошибки может допустить специалист, игнорируя поведение функции вблизи точки (например, при проектировании моста или цепи)?<br>9. Почему важно, чтобы зависимость «вход–выход» в автоматизированной системе была непрерывной? Приведите примеры последствий разрыва.<br>10. Как теория пределов помогает понять, почему некоторые процессы |

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Типовое задание для самостоятельной работы</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>«стабилизируются» со временем (например, остывание детали, зарядка конденсатора)?<br><br>2. Установите соответствие между ситуацией и математическим инструментом:<br><table><tr><th>Ситуация</th><th>Математическое понятие</th></tr><tr><td>А) Определение мгновенной скорости</td><td>1) Предел последовательности</td></tr><tr><td>Б) Расчёт суммы бесконечно убывающих платежей</td><td>2) Предел функции</td></tr><tr><td>В) Анализ стабилизации температуры в реакторе</td><td>3) Непрерывность функции</td></tr><tr><td>Г) Проверка плавности графика зависимости давления от времени</td><td>4) Предел функции при $t \to \infty$</td></tr></table>Ключ: А–2, Б–1, В–4, Г–3</td></tr>
<tr><td>Раздел №2 «Элементы дифференциального исчисления»<br>Тема 2.1 Понятие производной и дифференциала<br>Тема 2.2 Правила дифференцирования<br>Тема 2.3 Применение производной<br>Тема 2.4 Экстремумы функции. Исследование функции.</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</td><td>1. Список тем рефератов<br>1. Как производная помогает предпринимателю найти оптимальный объём производства для максимизации прибыли?<br>2. Почему интеграл — это не просто «обратная операция к дифференцированию», а мощный инструмент суммирования в реальных задачах?<br>3. Приведите три примера использования определённого интеграла в строительстве, медицине или логистике.<br>4. Как с помощью производной можно оценить эффективность рекламной кампании по изменению продаж во времени?<br>5. Почему дифференциал используется для оценки погрешностей в инженерных измерениях?<br>6. Как интеграл помогает рассчитать общую стоимость ресурсов, если цена меняется со временем?<br>7. Можно ли управлять движением робота, зная только его ускорение? Как производная и интеграл помогают восстановить траекторию?<br>8. Как экстремумы функции применяются в задачах энергосбережения (минимизация потерь, оптимизация формы)?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Типовое задание для самостоятельной работы</th></tr>
<tr><td>Раздел №3 «Элементы интегрального исчисления»<br>Тема 3.1 Неопределенный интеграл<br>Тема 3.2 Определенный интеграл<br>Тема 3.3 Приложения определенного интеграла<br>Тема 3.4 Понятие о функциях нескольких переменных.</td><td></td><td></td><td>9. Почему в экономике так важны понятия «предельные издержки» и «предельный доход»? Как они связаны с производной?<br>10. Как интегральное исчисление помогает врачу оценить общую дозу лекарства, поступившего в организм, если скорость введения менялась?<br><br>2. Установите соответствие между физической величиной и её математическим выражением через производную или интеграл:<br><table><tr><th>Величина</th><th>Выражение</th></tr><tr><td>А) Ускорение</td><td>1) $\int v(t)\,dt$</td></tr><tr><td>Б) Путь</td><td>2) $v'(t)$</td></tr><tr><td>В) Работа переменной силы</td><td>3) $\int F(x)\,dx$</td></tr><tr><td>Г) Предельные издержки</td><td>4) $C'(x)$</td></tr></table>Ключ: А–2, Б–1, В–3, Г–4</td></tr>
<tr><td>Раздел №4 «Элементы общей алгебры»<br>Тема 4.1 Введение в теорию групп.<br>Тема 4.2 Подгруппы, кольца, поля.<br>Тема 4.3 Поле комплексных чисел.<br>Тема 4.4 Операции над комплексными</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</td><td>1. Список тем рефератов<br>1. Зачем инженеру-электрику комплексные числа при расчёте цепей переменного тока?<br>2. Как уравнения окружности и эллипса используются в архитектуре и строительстве (арки, купола, тоннели)?<br>3. Почему спутниковые антенны и фары автомобилей имеют форму параболы? Объясните с точки зрения физики и геометрии.<br>4. Как комплексные числа применяются в обработке звука и изображений (например, в форматах MP3 или JPEG)?<br>5. Можно ли использовать аналитическую геометрию для автоматической навигации дронов? Какие уравнения при этом нужны?<br>6. Как понятие группы помогает в криптографии и защите данных?<br>7. Почему линии второго порядка встречаются в природе и технике чаще, чем кажется (планетарные орбиты, траектории снарядов, оптические системы)?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Типовое задание для самостоятельной работы</th></tr>
<tr><td>числами.<br><br>Раздел №5 «Элементы аналитической геометрии»<br>Тема 5.1 Прямая линия на плоскости.<br>Тема 5.2 Линии второго порядка.</td><td></td><td></td><td>8. Как координатный метод (аналитическая геометрия) упрощает проектирование маршрутов в логистике или робототехнике?<br>9. Какие преимущества даёт запись комплексного числа в тригонометрической форме при решении инженерных задач?<br>10. Как абстрактные алгебраические структуры (кольца, поля) лежат в основе современных компьютерных технологий и кодирования информации?<br><br>2. Установите соответствие между объектом и его математической моделью:<br><table><tr><th>Объект / Явление</th><th>Математическая модель</th></tr><tr><td>А) Траектория спутниковой антенны</td><td>1) Окружность</td></tr><tr><td>Б) Круглая колонна в архитектуре</td><td>2) Парабола</td></tr><tr><td>В) Орбита планеты (упрощённо)</td><td>3) Эллипс</td></tr><tr><td>Г) Линза прожектора</td><td>4) Гипербола</td></tr></table>Ключ: А–2, Б–1, В–3, Г–2 (парабола — для фокусировки лучей)</td></tr>
</table>

***Критерии оценивания самостоятельной работы:***

| Оценка | Критерии оценивания |
|---|---|
| **отлично** | выставляется если работа носит научно-исследовательский характер, проанализирован и сделан сравнительный анализ нескольких литературных источников, приведены примеры |
| **хорошо** | выставляется если проанализирован и сделан сравнительный анализ нескольких литературных источников, приведены примеры |
| **удовлетворительно** | выставляется если проведен сравнительный анализ научно-методической литературы, приведены примеры |
| **неудовлетворительно** | выставляется если работа прошла проверку на антиплагиат и соответствует требованиям оформления |

**4.5. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КУРСОВЫХ РАБОТ**

Курсовая работа позволяет выявить степень владения базовыми знаниями, умениями и навыками, необходимыми для обучения, и определить уровень владения новым материалом.

Примерные индивидуальные задания (темы) для курсовых работ:

**КУРСОВАЯ РАБОТА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ**

***Критерии оценивания курсовой работы:***

| Оценка | Критерии оценивания |
|---|---|
| **отлично** | Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Представлены результаты структурированного и логически последовательного обзора литературных и иных источников по теме исследования. Структура курсовой работы логически и методически выдержана. Верно определены исходные данные для расчетов. Все аналитические расчеты выполнены верно, корректно применены методы экономического анализа, не нарушена методика анализа предмета исследования. Все выводы и предложения убедительно аргументированы. При защите курсовой работы обучающийся правильно и уверенно отвечает на вопросы преподавателя, демонстрирует глубокое знание теоретического материала, способен аргументировать собственные утверждения и выводы |
| **хорошо** | Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Представлены результаты структурированного и логически последовательного обзора литературных и иных источников по теме исследования. Структура курсовой работы логически и методически выдержана. Верно определены исходные данные для расчетов. В расчетах допускаются незначительные (не искажающие общего итога оценки) погрешности/ошибки. Большинство выводов и предложений аргументировано, корректно применены методы экономического анализа, не нарушена методика анализа предмета исследования. Оформление курсовой работы и полученные результаты в целом отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. Имеются одна-две несущественные ошибки в использовании терминов, в построенных диаграммах и схемах, в оформлении таблиц. Наличествует незначительное количество грамматических и/или стилистических ошибок. При защите курсовой работы обучающийся правильно и уверенно отвечает на большинство вопросов преподавателя, демонстрирует хорошее знание теоретического материала, но не всегда способен аргументировать собственные утверждения и выводы. При наводящих вопросах преподавателя исправляет ошибки в ответе |

| | |
|---|---|
| **удовлетворительно** | Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Результаты обзора литературных и иных источников представлены недостаточно полно, недостаточно логично и последовательно. Верно определены исходные данные для расчетов, но имеются грубые ошибки в расчетах. Аргументация выводов и предложений слабая или отсутствует. Экономические выводы носят констатирующий (описательный) характер. Имеются одно-два существенных отклонений от требований в оформлении курсовой работы. Полученные результаты в целом отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. Имеются одна-две существенных ошибки в использовании терминов, в построенных диаграммах и схемах. Много грамматических и/или стилистических ошибок. При защите курсовой работы обучающийся допускает грубые ошибки при ответах на вопросы преподавателя, демонстрирует слабое знание теоретического материала, в большинстве случаев не способен уверенно аргументировать собственные утверждения и выводы |
| **неудовлетворительно** | Содержание курсовой работы не соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Неверно определены исходные данные для расчетов, неверно и не корректно применены методы экономического анализа. Экономические выводы содержат неверную экономическую оценку. Имеются более двух существенных отклонений от требований в оформлении курсовой работы. Большое количество существенных ошибок по сути работы, много грамматических и стилистических ошибок и др. Полученные результаты не отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. При защите курсовой работы обучающийся демонстрирует слабое понимание программного материала, студент не может защитить свои решения, допускает грубые фактические ошибки при ответах на поставленные вопросы или вовсе не отвечает на них. Курсовая работа не представлена преподавателю. Обучающийся не явился на защиту курсовой работы |

## 5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета/зачета с оценкой/экзамена.

5.1. Вопросы к зачету/зачету с оценкой/экзамену:

1. Множество операции над множествами. Действительные числа.
2. Числовые промежутки, окрестность точки. О границах числовых множеств.
3. Абсолютная величина числа.
4. Понятие функции и способы ее задания. Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции.
5. Основные элементарные функции и их графики.
6. Свойства функции.
7. Понятие предела последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства
8. Монотонные последовательности. Число е.
9. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции.
10. Замечательные пределы.
11. Бесконечно малые функции. Основные свойства. Бесконечно большие функции, связь между бесконечно малыми и бесконечно большими. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
12. Понятие непрерывности функции. Свойства функции непрерывных на отрезке.
13. Понятие производной функции
14. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Физический смысл производной. Касательная графику функции. Инвариантность формы первого дифференциала
15. Правило дифференцирования. Таблица производных и дифференциалов основных элементарных функций.
16. Логарифмическое дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков.
17. Основные теоремы дифференциального исчисления.
18. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.
19. Формула Тейлора.
20. Условие возрастания и убывания функции. Экстремумы функции.
21. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
22. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба.
23. Асимптоты.
24. Гиперболические функции и их производные.
25. Общая схема исследования функции и построения графика.
26. Понятие первообразной функции. Основные свойства неопределенностей интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
27. Методы интегрирования неопределенностей интегралов (метод замены переменной, интегрирование по частям).
28. Интегрирование рациональных функций.
29. Интегрирование иррациональных функции, интегрирование тригонометрических функций.
30. Понятие определенностей интегралов.
31. Геометрический смысл определенностей интеграла.
32. Основные свойства определенностей интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.
33. Методы интегрирования определенностей интеграла: метод замены переменной, интегрирование по частям.
34. Определение группы. Примеры.
35. Некоторые свойства групп. Признак подгруппы.
36. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Теоремы о нейтральном элементе и симметричном элементе при гомоморфном отображении группы G в группу $G_1$. Теорема о гомоморфном образе группы.
37. Изоморфизм групп.

38. Понятие кольца, примеры.
39. Некоторые свойства колец.
40. Определение поля. Примеры полей. Некоторые свойства полей. Подполе и характеристика поля.
41. Аксиоматическое определение поля действительных чисел.
42. Некоторые свойства поля действительных чисел R. Принцип Архимеда.
43. Поле комплексных чисел. Теорема о поле комплексных чисел. Поле комплексных чисел как надполе поля R.
44. Поле комплексных чисел. Действия над комплексными числами.
45. Понятие арифметического n – мерного векторного пространства.
46. Определение векторного пространства. Примеры.
47. Простейшие свойства векторного пространства.
48. Линейная зависимость векторов.
49. Размерность векторного пространства. Базис векторного пространства.
50. Базис векторного пространства. Теорема о размерности векторного пространства, базис которого состоит из n векторов. Следствие. Теорема о дополнении линейно независимой системы векторов пространства $L_n$ до базиса этого пространства.
51. Координаты вектора. Координатная строка. Координатные строки суммы векторов и произведения вектора на число.
52. Связь между базисами пространства. Теорема о матрице перехода от одного базиса пространства к другому его базису.
53. Преобразование координат вектора. Теорема.
54. Изоморфизм векторных пространств. Свойства изоморфизма, вытекающие из определения.
55. Изоморфизм векторных пространств. Необходимое и достаточное условие изоморфизма двухвекторных пространств.
56. Понятие подпространства. Примеры. Признак подпространства.
57. Понятие подпространства. Примеры. Теорема о размерности подпространства.
58. Линейная оболочка векторов. Пересечение подпространств. Сумма подпространств.
59. Теорема о размерности суммы двух подпространств. Прямая сумма подпространств. Признак прямой суммы.
60. Прямая сумма подпространств. Теорема о размерности прямой суммы подпространств.

**Краткая характеристика ответов (ключи):**

1. **Множество операции над множествами. Действительные числа.** Множество — это совокупность объектов, объединённых по общему признаку. Основные операции: объединение (∪\cup∪), пересечение (∩\cap∩), разность (∖\setminus∖), симметрическая разность. Множество действительных чисел (R\mathbb{R}R) включает в себя рациональные и иррациональные числа, образуя непрерывную числовую прямую.
2. **Числовые промежутки, окрестность точки. О границах числовых множеств.** Числовые промежутки — это подмножества R\mathbb{R}R, заданные неравенствами (отрезок [a,b][a, b][a,b], интервал (a,b)(a, b)(a,b), полуинтервалы). Окрестность точки x0x_0x0 — это интервал (x0−ε,x0+ε)(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)(x0−ε,x0+ε). Граница множества — точки, в любой окрестности которых есть как элементы множества, так и его дополнения.
3. **Абсолютная величина числа.** Абсолютная величина (модуль) числа xxx, обозначаемая ∣x∣|x|∣x∣, равна xxx, если x≥0x \ge 0x≥0, и −x-x−x, если x<0x < 0x<0. Геометрически это расстояние от точки на числовой прямой до начала координат.
4. **Понятие функции и способы ее задания. Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции.** Функция y=f(x)y = f(x)y=f(x) — это правило, по которому каждому элементу xxx из области определения ставится в соответствие

единственный элемент yyy из области значений. Способы задания: аналитический (формулой), табличный, графический.

- Арифметические действия: (f±g)(x)=f(x)±g(x)(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)(f±g)(x)=f(x)±g(x), (f·g)(x)=f(x)g(x)(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)(f·g)(x)=f(x)g(x).
- Сложная функция: y=f(g(x))y = f(g(x))y=f(g(x)).
- Обратная функция: x=f−1(y)x = f^{-1}(y)x=f−1(y), существует, если функция монотонна.

5. **Основные элементарные функции и их графики.** К ним относятся: степенная y=xny=x^ny=xn, показательная y=axy=a^xy=ax, логарифмическая y=logaxy=\log_a xy=logax, тригонометрические (y=sinx,cosx,tanxy=\sin x, \cos x, \tan xy=sinx,cosx,tanx) и обратные тригонометрические функции. Их графики имеют характерные формы (парабола, экспонента, синусоида).
6. **Свойства функции.** Основные свойства: область определения и значений, чётность/нечётность, периодичность, монотонность (возрастание/убывание), ограниченность.
7. **Понятие предела последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства** Предел последовательности {an}\{a_n\}{an} — это число AAA, к которому элементы ana_nan приближаются с ростом nnn.

- Бесконечно малая: limn→∞an=0\lim_{n \to \infty} a_n = 0limn→∞an=0.
- Бесконечно большая: limn→∞|an|=+∞\lim_{n \to \infty} |a_n| = +\inftylimn→∞|an|=+∞.

8. **Монотонные последовательности. Число e.** Последовательность называется монотонной, если она только возрастает или только убывает. Число eee — это предел последовательности (1+1n)n\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n(1+n1)n при n→∞n \to \inftyn→∞. Основание натурального логарифма.
9. **Предел функции. Основные теоремы о пределах функции.** Предел функции f(x)f(x)f(x) при x→ax \to ax→a равен AAA, если значения функции сколь угодно близко приближаются к AAA при приближении xxx к aaa. Теоремы: предел суммы/произведения равен сумме/произведению пределов; предел сложной функции.
10. **Замечательные пределы.** Два основных предела:

1. limx→0sinxx=1\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1limx→0xsinx=1
2. limx→∞(1+1x)x=e\lim_{x \to \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = elimx→∞(1+x1)x=e

11. **Бесконечно малые функции...** Функция α(x)\alpha(x)α(x) бесконечно мала при x→ax \to ax→a, если limx→aα(x)=0\lim_{x \to a} \alpha(x) = 0limx→aα(x)=0. Бесконечно большая функция не ограничена в окрестности точки. Связь: если α(x)\alpha(x)α(x) — бесконечно малая (α(x)≠0\alpha(x) \neq 0α(x)❓=0), то 1/α(x)1/\alpha(x)1/α(x) — бесконечно большая. Эквивалентные бесконечно малые: α(x)∼β(x)\alpha(x) \sim \beta(x)α(x)∼β(x), если их отношение стремится к 1.
12. **Понятие непрерывности функции...** Функция непрерывна в точке aaa, если она определена в ней и limx→af(x)=f(a)\lim_{x \to a} f(x) = f(a)limx→af(x)=f(a). Свойства на отрезке [a,b][a, b][a,b]: принимает все промежуточные значения (теорема Больцано-Коши), достигает своего максимума и минимума (теорема Вейерштрасса).
13. **Понятие производной функции** Производная функции f(x)f(x)f(x) в точке xxx — это предел отношения приращения функции к приращению аргумента:

f′(x)=limΔx→0f(x+Δx)−f(x)Δxf'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}f′(x)=Δx→0limΔxf(x+Δx)−f(x)

14. **Геометрический смысл производной...** Геометрический смысл: производная равна тангенсу угла наклона касательной к графику функции в данной точке (k=f′(x)k = f'(x)k=f′(x)). Физический смысл: производная пути по времени есть скорость (v=s′(t)v = s'(t)v=s′(t)). Инвариантность формы первого дифференциала означает, что вид формулы dy=f′(x)dxdy = f'(x)dxdy=f′(x)dx сохраняется при замене переменной.
15. **Правило дифференцирования...** Производная суммы/разности равна сумме/разности производных. Производная произведения: (uv)′=u′v+uv′(uv)' = u'v + uv'(uv)′=u′v+uv′. Производная частного: (uv)′=u′v−uv′v2(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}(vu)′=v2u′v−uv′. Таблица производных содержит формулы для основных элементарных функций.
16. **Логарифмическое дифференцирование...** Метод дифференцирования функции вида y=[u(x)]v(x)y = [u(x)]^{v(x)}y=[u(x)]v(x) путем предварительного логарифмирования обеих частей уравнения. Производная n-го порядка — результат повторного дифференцирования.
17. **Основные теоремы дифференциального исчисления.** Теорема Ролля, теорема Лагранжа (о конечном приращении), теорема Коши.
18. **Раскрытие неопределенностей...** Правило Лопиталя позволяет вычислять пределы отношений функций вида `0/0` или ∞/∞, беря отношение их производных.
19. **Формула Тейлора.** Представление функции в окрестности точки в виде многочлена:

    f(x)=f(a)+f′(a)(x−a)+f′′(a)2!(x−a)2+⋯+Rnf(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + R_nf(x)=f(a)+f′(a)(x−a)+2!f′′(a)(x−a)2+⋯+Rn

    где RnR_nRn — остаточный член.

20. **Условие возрастания и убывания функции...** Если f′(x)>0f'(x) > 0f′(x)>0 на интервале, функция возрастает; если f′(x)<0f'(x) < 0f′(x)<0 — убывает. Точка экстремума (максимум или минимум) — точка, в которой производная равна нулю или не существует, и меняет знак.
21. **Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.** Для поиска глобального экстремума на [a,b][a, b][a,b] нужно вычислить значения функции в критических точках (где f′=0f'=0f′=0) и на концах отрезка, а затем выбрать наибольшее и наименьшее из них.
22. **Направление выпуклости графика функции...** График выпуклый вниз (вогнутый), если f′′(x)>0f''(x) > 0f′′(x)>0; выпуклый вверх, если f′′(x)<0f''(x) < 0f′′(x)<0. Точка перегиба — точка, в которой меняется направление выпуклости графика и вторая производная меняет знак.
23. **Асимптоты.** Асимптота — прямая, к которой график функции неограниченно приближается. Вертикальные (x=ax=ax=a), горизонтальные (y=by=by=b) и наклонные (y=kx+by=kx+by=kx+b) асимптоты.
24. **Гиперболические функции и их производные.** Гиперболический синус sinhx=ex−e−x2\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}sinhx=2ex−e−x, косинус coshx=ex+e−x2\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}coshx=2ex+e−x. Производные: (sinhx)′=coshx(\sinh x)' = \cosh x(sinhx)′=coshx, (coshx)′=sinhx(\cosh x)' = \sinh x(coshx)′=sinhx.
25. **Общая схема исследования функции...** Включает нахождение области определения, точек пересечения с осями, исследование на чётность/периодичность, нахождение асимптот, интервалов монотонности и экстремумов, точек перегиба и построение графика.

26. **Понятие первообразной функции. Основные свойства неопределённого интеграла. Таблица основных неопределённых интегралов.** Первообразной функцией для функции f(x)f(x)f(x) на интервале (a,b)(a, b)(a,b) называется такая функция F(x)F(x)F(x), производная которой равна f(x)f(x)f(x), то есть F′(x)=f(x)F'(x) = f(x)F′(x)=f(x). Неопределённый интеграл функции f(x)f(x)f(x) — это совокупность всех её первообразных, обозначается ∫f(x)dx=F(x)+C\int f(x)\,dx = F(x) + C∫f(x)dx=F(x)+C, где CCC — произвольная постоянная. **Основные свойства:**

- ∫(f(x)±g(x))dx=∫f(x)dx±∫g(x)dx\int (f(x) \pm g(x))\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx∫(f(x)±g(x))dx=∫f(x)dx±∫g(x)dx.
- ∫kf(x)dx=k∫f(x)dx\int k\,f(x)\,dx = k\int f(x)\,dx∫kf(x)dx=k∫f(x)dx, где kkk — константа.
- (∫f(x)dx)′=f(x)\left(\int f(x)\,dx\right)' = f(x)(∫f(x)dx)′=f(x). **Таблица основных интегралов:**
- ∫xndx=xn+1n+1+C,(n≠−1)\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ (n \neq -1)∫xndx=n+1xn+1+C,(n≠−1)
- ∫1xdx=ln⁡∣x∣+C\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C∫x1dx=ln∣x∣+C
- ∫exdx=ex+C\int e^x\,dx = e^x + C∫exdx=ex+C
- ∫axdx=axln⁡a+C\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C∫axdx=lnaax+C
- ∫sin⁡xdx=−cos⁡x+C\int \sin x\,dx = -\cos x + C∫sinxdx=−cosx+C
- ∫cos⁡xdx=sin⁡x+C\int \cos x\,dx = \sin x + C∫cosxdx=sinx+C

27. **Методы интегрирования неопределённых интегралов (метод замены переменной, интегрирование по частям).**

- **Метод замены переменной (подстановки):** Используется для сведения интеграла к табличному виду. Если интеграл имеет вид ∫f(g(x))g′(x)dx\int f(g(x))g'(x)\,dx∫f(g(x))g′(x)dx, то замена t=g(x)t = g(x)t=g(x) приводит его к ∫f(t)dt\int f(t)\,dt∫f(t)dt.
- **Интегрирование по частям:** Выводится из формулы производной произведения (uv)′=u′v+uv′(uv)' = u'v + uv'(uv)′=u′v+uv′. Формула: ∫udv=uv−∫vdu\int u\,dv = uv - \int v\,du∫udv=uv−∫vdu. Эффективно для интегралов вида P(x)eaxP(x)e^{ax}P(x)eax, P(x)sin⁡(ax)P(x)\sin(ax)P(x)sin(ax), P(x)cos⁡(ax)P(x)\cos(ax)P(x)cos(ax), где P(x)P(x)P(x) — многочлен.

28. **Интегрирование рациональных функций.** Рациональная функция — это отношение двух многочленов R(x)=P(x)Q(x)R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}R(x)=Q(x)P(x). Метод интегрирования заключается в разложении дроби на сумму элементарных дробей:
29. Если степень числителя больше или равна степени знаменателя, выполняется деление «уголком».
30. Знаменатель раскладывается на множители (линейные и квадратичные).
31. Дробь представляется в виде суммы простейших дробей: A(x−a)k\frac{A}{(x-a)^k}(x−a)kA, Mx+N(x2+px+q)m\frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^m}(x2+px+q)mMx+N.
32. Находятся коэффициенты разложения и интегрируется каждая дробь.
33. **Интегрирование иррациональных функций, интегрирование тригонометрических функций.**

- **Иррациональные функции:** Интегрирование часто сводится к рационализации подынтегрального выражения с помощью замены переменной. Например, для интегралов вида ∫R(x,ax+bcx+dn)dx\int R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}})\,dx∫R(x,ncx+dax+b)dx используется замена t=ax+bcx+dnt = \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}t=ncx+dax+b.

- **Тригонометрические функции:** Используются универсальная тригонометрическая подстановка t=tan(x/2)t = \tan(x/2)t=tan(x/2), а также преобразования с помощью тригонометрических формул для понижения степени или произведения функций.

30. **Понятие определённого интеграла.** Определённый интеграл функции f(x)f(x)f(x) на отрезке [a,b][a, b][a,b] — это предел интегральных сумм при стремлении к нулю максимальной длины частичных отрезков:

    ∫abf(x)dx=limmaxΔxi→0∑i=1nf(ξi)Δxi \int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i ∫abf(x)dx=maxΔxi→0limi=1∑nf(ξi)Δxi

    где Δxi\Delta x_iΔxi — длина i-го отрезка, а ξi\xi_iξi — произвольная точка на нём.

31. **Геометрический смысл определённого интеграла.** Если функция f(x)f(x)f(x) неотрицательна на отрезке [a,b][a, b][a,b], то определённый интеграл ∫abf(x)dx\int_a^b f(x)\,dx∫abf(x)dx численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции y=f(x)y=f(x)y=f(x), осью абсцисс и прямыми x=a,x=bx=a, x=bx=a,x=b.
32. **Основные свойства определённого интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства:**

- Линейность: ∫ab(k1f(x)+k2g(x))dx=k1∫abf(x)dx+k2∫abg(x)dx\int_a^b (k_1 f(x) + k_2 g(x))\,dx = k_1 \int_a^b f(x)\,dx + k_2 \int_a^b g(x)\,dx∫ab(k1f(x)+k2g(x))dx=k1∫abf(x)dx+k2∫abg(x)dx.
- Аддитивность: ∫abf(x)dx=∫acf(x)dx+∫cbf(x)dx\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx∫abf(x)dx=∫acf(x)dx+∫cbf(x)dx.
- ∫aaf(x)dx=0\int_a^a f(x)\,dx = 0∫aaf(x)dx=0. **Формула Ньютона – Лейбница:**

    ∫abf(x)dx=F(b)−F(a) \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) ∫abf(x)dx=F(b)−F(a)

    где F(x)F(x)F(x) — любая первообразная для f(x)f(x)f(x). Это основная формула для вычисления определённых интегралов.

33. **Методы интегрирования определённого интеграла: метод замены переменной, интегрирование по частям.**

- **Замена переменной:** При замене x=g(t)x = g(t)x=g(t) в определённом интеграле меняются и пределы интегрирования:

    ∫x=ax=bf(x)dx=∫t=g−1(a)t=g−1(b)f(g(t))g′(t)dt \int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx = \int_{t=g^{-1}(a)}^{t=g^{-1}(b)} f(g(t))g'(t)\,dt ∫x=ax=bf(x)dx=∫t=g−1(a)t=g−1(b)f(g(t))g′(t)dt

- **Интегрирование по частям:** Формула для определённого интеграла:

    ∫abudv=[uv]ab−∫abvdu \int_a^b u\,dv = [uv]_a^b - \int_a^b v\,du ∫abudv=[uv]ab−∫abvdu

34. **Определение группы. Примеры.** Группой называется непустое множество GGG с заданной на нём бинарной операцией ∗*∗, удовлетворяющей аксиомам:
35. **Ассоциативность:** (a∗b)∗c=a∗(b∗c)(a * b) * c = a * (b * c)(a∗b)∗c=a∗(b∗c) для всех a,b,c∈Ga, b, c \in Ga,b,c∈G.
36. **Существование нейтрального элемента:** существует элемент e∈Ge \in Ge∈G, такой что e∗a=a∗e=ae * a = a * e = ae∗a=a∗e=a для любого a∈Ga \in Ga∈G.

37. **Существование обратного элемента:** для каждого a∈Ga \in Ga∈G существует элемент a−1∈Ga^{-1} \in Ga−1∈G, такой что a∗a−1=a−1∗a=ea * a^{-1} = a^{-1} * a = ea∗a−1=a−1∗a=e. **Примеры:**

- (Z,+)(\mathbb{Z}, +)(Z,+) — целые числа по сложению.
- (R∖{0},⋅)(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)(R∖{0},⋅) — ненулевые действительные числа по умножению.

35. **Некоторые свойства групп. Признак подгруппы. Свойства:**

- Нейтральный элемент и обратный элемент единственны.
- Уравнения a∗x=ba * x = ba∗x=b и y∗a=by * a = by∗a=b имеют единственные решения в группе. **Признак подгруппы:** Непустое подмножество HHH группы GGG является подгруппой, если для любых элементов h1,h2∈Hh_1, h_2 \in Hh1,h2∈H их произведение и обратный элемент принадлежат HHH, то есть h1∗h2−1∈Hh_1 * h_2^{-1} \in Hh1∗h2−1∈H.

36. **Гомоморфизм и изоморфизм групп... Гомоморфизм** групп — это отображение ϕ:G→G1\phi: G \to G_1ϕ:G→G1 одной группы в другую, сохраняющее операцию: ϕ(a∗b)=ϕ(a)∗′ϕ(b)\phi(a * b) = \phi(a) *' \phi(b)ϕ(a∗b)=ϕ(a)∗′ϕ(b). **Теоремы о гомоморфизме:**

- Образ нейтрального элемента при гомоморфизме есть нейтральный элемент образа: ϕ(eG)=eG1\phi(e_G) = e_{G_1}ϕ(eG)=eG1.
- Образ обратного элемента есть обратный элемент к образу: ϕ(a−1)=(ϕ(a))−1\phi(a^{-1}) = (\phi(a))^{-1}ϕ(a−1)=(ϕ(a))−1. **Теорема о гомоморфном образе группы:** Гомоморфный образ группы является группой.

37. **Изоморфизм групп. Изоморфизм** — это биективный (взаимно однозначный) гомоморфизм. Две группы называются изоморфными (G≅G1G \cong G_1G≅G1), если между ними можно установить изоморфизм. С точки зрения алгебры, изоморфные группы имеют одинаковую структуру и не отличаются по своим свойствам.
38. **Понятие кольца, примеры.** Кольцом называется множество RRR, на котором определены две бинарные операции (сложение «+» и умножение «·»), удовлетворяющие аксиомам:

    (R,+)(R, +)(R,+) — абелева (коммутативная) группа.

    Умножение ассоциативно.

    Дистрибутивность: (a+b)c=ac+bc(a+b)c=ac+bc(a+b)c=ac+bc и c(a+b)=ca+cbc(a+b)=ca+cbc(a+b)=ca+cb. Кольцо называется коммутативным, если умножение коммутативно. **Примеры:**

- (Z,+,⋅)(\mathbb{Z}, +, \cdot)(Z,+,⋅) — кольцо целых чисел.
- Множество всех квадратных матриц порядка nnn с действительными элементами.

39. **Некоторые свойства колец.**

- В любом кольце a⋅0=0a \cdot 0 = 0a⋅0=0.
- Умножение на −1-1−1 даёт противоположный элемент: (−1)⋅a=−a(-1) \cdot a = -a(−1)⋅a=−a.

40. **Определение поля. Примеры полей. Некоторые свойства полей. Подполе и характеристика поля.** Полем называется коммутативное кольцо с единицей (1≠01 \neq 01❓=0), в котором каждый ненулевой элемент обратим относительно умножения. **Примеры:**

- (Q,+,·)(\mathbb{Q}, +, \cdot)(Q,+,·) — поле рациональных чисел.

41. (R,+,·)(\mathbb{R}, +, \cdot)(R,+,·) — поле действительных чисел. **Свойства:** В поле нет делителей нуля (если ab=0ab=0ab=0, то либо a=0a=0a=0, либо b=0b=0b=0). **Подполе** — подмножество поля, которое само является полем относительно тех же операций. **Характеристика поля** — наименьшее натуральное число nnn, такое что сумма nnn единиц равна нулю (1+1+...+1=01+1+...+1=01+1+...+1=0). Если такого числа нет, характеристика равна 0 (характеристика полей Q,R,C\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}Q,R,C равна 0). **Аксиоматическое определение поля действительных чисел.** Поле действительных чисел R\mathbb{R}R определяется как поле, удовлетворяющее **аксиомам порядка** и **аксиоме полноты (непрерывности)**.

- **Аксиомы порядка:** На R\mathbb{R}R задано отношение «<» (меньше), для любых a,b∈Ra, b \in \mathbb{R}a,b∈R верно ровно одно из трёх: a<ba < ba<b, a=ba = ba=b, a>ba > ba>b. Порядок согласован с операциями: если a<ba < ba<b, то a+c<b+ca+c < b+ca+c<b+c и, если c>0c > 0c>0, то ac<bcac < bcac<bc.
- **Аксиома полноты (Вейерштрасса):** Всякое непустое ограниченное сверху подмножество R\mathbb{R}R имеет точную верхнюю грань (супремум) в R\mathbb{R}R.

42. **Некоторые свойства поля действительных чисел R. Принцип Архимеда.**

- **Плотность:** Между любыми двумя различными действительными числами найдётся рациональное и, более того, бесконечно много иррациональных чисел.
- **Принцип Архимеда:** Для любых положительных действительных чисел aaa и bbb существует такое натуральное число nnn, что na>bna > bna>b. Это означает, что сколь угодно большое число можно получить, складывая с собой некоторое конечное число раз.

43. **Поле комплексных чисел. Теорема о поле комплексных чисел. Поле комплексных чисел как надполе поля R.** Поле комплексных чисел C\mathbb{C}C определяется как расширение поля действительных чисел R\mathbb{R}R путём присоединения к нему элемента iii, называемого мнимой единицей, для которого i2=−1i^2 = -1i2=−1. **Теорема о поле комплексных чисел:** Для любого поля FFF, содержащего подполе, изоморфное полю R\mathbb{R}R, и элемент j∈Fj \in Fj∈F такой, что j2=−1j^2 = -1j2=−1, существует единственный изоморфизм поля C\mathbb{C}C на подполе поля FFF, порождённый элементами из R\mathbb{R}R и элементом jjj. C\mathbb{C}C является **надполем** R\mathbb{R}R, так как R⊂C\mathbb{R} \subset \mathbb{C}R⊂C. Каждый элемент z∈Cz \in \mathbb{C}z∈C можно представить в виде z=a+biz = a + biz=a+bi, где a,b∈Ra, b \in \mathbb{R}a,b∈R.
44. **Поле комплексных чисел. Действия над комплексными числами.** Комплексное число имеет вид z=a+biz = a + biz=a+bi, где aaa — действительная часть (Re z\text{Re } zRe z), bbb — мнимая часть (Im z\text{Im } zIm z).

- **Сложение/вычитание:** (a+bi)±(c+di)=(a±c)+(b±d)i(a+bi) \pm (c+di) = (a \pm c) + (b \pm d)i(a+bi)±(c+di)=(a±c)+(b±d)i.
- **Умножение:** (a+bi)(c+di)=(ac−bd)+(ad+bc)i(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i(a+bi)(c+di)=(ac−bd)+(ad+bc)i.

- **Деление:** a+bic+di=(ac+bd)+(bc−ad)ic2+d2\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(ac+bd) + (bc-ad)i}{c^2+d^2}c+dia+bi=c2+d2(ac+bd)+(bc−ad)i.
- **Сопряжённое число:** z‾=a−bi\bar{z} = a - biz=a−bi.

45. **Понятие арифметического n-мерного векторного пространства.** Арифметическим n-мерным векторным пространством называется множество всех упорядоченных наборов (строк или столбцов) из n действительных чисел: Rn={(x1,x2,…,xn)|xi∈R}\mathbb{R}^n = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R} \}Rn={(x1,x2,…,xn)|xi∈R}. Операции определяются покомпонентно.
46. **Определение векторного пространства. Примеры.** Векторным (или линейным) пространством над полем PPP называется непустое множество VVV, на котором определены две операции: сложение векторов и умножение вектора на скаляр из поля PPP, удовлетворяющие 8 аксиомам (коммутативность и ассоциативность сложения, существование нулевого вектора и т.д.). **Примеры:**

- Rn\mathbb{R}^nRn — арифметическое векторное пространство.
- Mm×n(R)M_{m \times n}(\mathbb{R})Mm×n(R) — множество всех матриц размера m×nm \times nm×n.
- Pn(x)P_n(x)Pn(x) — множество всех многочленов степени не выше n.

47. **Простейшие свойства векторного пространства.**

- В векторном пространстве существует единственный нулевой вектор.
- Для любого вектора существует единственный противоположный ему вектор.
- Произведение любого вектора на скаляр 0 есть нулевой вектор: 0·v=00 \cdot v = 00·v=0.

48. **Линейная зависимость векторов.** Система векторов {v1,v2,…,vk}\{v_1, v_2, \dots, v_k\}{v1,v2,…,vk} называется линейно зависимой, если существуют такие скаляры α1,α2,…,αk\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_kα1,α2,…,αk, не все равные нулю, что их линейная комбинация равна нулевому вектору: α1v1+α2v2+⋯+αkvk=0\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_k v_k = 0α1v1+α2v2+⋯+αkvk=0. Если это равенство выполняется только при всех αi=0\alpha_i=0αi=0, система называется линейно независимой.
49. **Размерность векторного пространства. Базис векторного пространства. Базис** — это упорядоченная линейно независимая система векторов, через которую можно выразить любой вектор пространства (система порождает пространство). **Размерность** (dimV\dim VdimV) — это количество векторов в любом базисе векторного пространства. Если в пространстве существует базис из конечного числа векторов, пространство называется конечномерным.
50. **Базис векторного пространства... Теорема о размерности:** Все базисы конечномерного векторного пространства состоят из одного и того же числа векторов. **Следствие:** Если в n-мерном пространстве есть линейно независимая система из n векторов, то она является базисом. **Теорема о дополнении:** Любую линейно независимую систему векторов в конечномерном пространстве можно дополнить до базиса этого пространства.
51. **Координаты вектора... Координаты вектора** xxx в базисе {e1,e2,…,en}\{e_1, e_2, \dots, e_n\}{e1,e2,…,en} — это единственный набор скаляров (x1,x2,…,xn)(x_1, x_2, \dots, x_n)(x1,x2,…,xn), такой что x=x1e1+x2e2+⋯+xnenx = x_1 e_1 + x_2 e_2 + \dots + x_n e_nx=x1e1+x2e2+⋯+xnen. Набор координат записывается в виде строки или столбца. **Свойства:** Координатная строка суммы векторов равна сумме их координатных строк.

Координатная строка произведения вектора на число равна произведению этого числа на координатную строку вектора.

52. **Связь между базисами пространства...** Матрицей перехода от базиса {ei}\{e_i\}{ei} к базису {ei′}\{e'_i\}{ei′} называется матрица CCC, столбцы которой являются координатными столбцами векторов нового базиса {ei′}\{e'_i\}{ei′} в старом базисе {ei}\{e_i\}{ei}.

54. **Преобразование координат вектора...** При переходе от старого базиса к новому с помощью матрицы перехода CCC координаты вектора преобразуются по формуле: X′=C−1XX' = C^{-1} XX′=C−1X, где XXX — столбец старых координат, а X′X'X′ — столбец новых координат. **Изоморфизм векторных пространств. Свойства изоморфизма, вытекающие из определения.** Изоморфизмом векторных пространств LLL и L′L'L′ над одним и тем же полем PPP называется биективное (взаимно однозначное) линейное отображение ϕ:L→L′\phi: L \to L'ϕ:L→L′. Это отображение должно сохранять операции сложения векторов и умножения вектора на скаляр. **Свойства, вытекающие из определения:**

- Если ϕ:L→L′\phi: L \to L'ϕ:L→L′ — изоморфизм, то обратное отображение ϕ−1:L′→L\phi^{-1}: L' \to Lϕ−1:L′→L также является изоморфизмом.
- Композиция двух изоморфизмов является изоморфизмом.
- Изоморфизм отображает нулевой вектор пространства LLL в нулевой вектор пространства L′L'L′.
- Изоморфизм отображает линейно независимую систему векторов в линейно независимую систему.

55. **Изоморфизм векторных пространств. Необходимое и достаточное условие изоморфизма двух векторных пространств. Теорема:** Два конечномерных векторных пространства над одним и тем же полем изоморфны тогда и только тогда, когда их размерности равны.

- **Необходимость:** Если пространства LLL и L′L'L′ изоморфны, то любой базис одного пространства отображается в базис другого, следовательно, их размерности совпадают.
- **Достаточность:** Если dimL=dimL′=n\dim L = \dim L' = ndimL=dimL′=n, то, выбрав базисы {ei}\{e_i\}{ei} в LLL и {ei′}\{e'_i\}{ei′} в L′L'L′, можно задать изоморфизм ϕ\phiϕ, сопоставив вектору с координатами (x1,...,xn)(x_1, ..., x_n)(x1,...,xn) в первом базисе вектор с такими же координатами (x1,...,xn)(x_1, ..., x_n)(x1,...,xn) во втором базисе.

56. **Понятие подпространства. Примеры. Признак подпространства. Подпространство** — это подмножество L′L'L′ векторного пространства LLL, которое само является векторным пространством относительно операций, заданных в LLL. **Примеры:**

- В пространстве R3\mathbb{R}^3R3 подпространствами являются: само пространство R3\mathbb{R}^3R3, нулевое подпространство {0}\{0\}{0}, любая прямая, проходящая через начало координат, и любая плоскость, проходящая через начало координат.
- Множество всех решений однородной системы линейных уравнений. **Признак подпространства:** Непустое подмножество L′L'L′ векторного пространства LLL является его подпространством тогда и только тогда, когда для любых векторов x,y∈L′x, y \in L'x,y∈L′ и любых скаляров α,β\alpha, \betaα,β из поля выполняется условие: αx+βy∈L′\alpha x + \beta y \in L'αx+βy∈L′.

57. **Понятие подпространства. Примеры. Теорема о размерности подпространства.** (См. примеры в п. 56). **Теорема о размерности подпространства:** Размерность любого подпространства L′L'L′ конечномерного векторного пространства LLL не превосходит размерности самого пространства LLL. То есть, если dimL=n\dim L = ndimL=n, то для любого подпространства L′⊆LL' \subseteq LL′⊆L выполняется неравенство dimL′≤n\dim L' \le ndimL′≤n.
58. **Линейная оболочка векторов. Пересечение подпространств. Сумма подпространств.**

- **Линейная оболочка** системы векторов {a1,a2,...,ak}\{a_1, a_2, ..., a_k\}{a1,a2,...,ak} — это множество всех возможных линейных комбинаций этих векторов. Обозначается span{a1,...,ak}\text{span}\{a_1, ..., a_k\}span{a1,...,ak}. Линейная оболочка любой системы векторов является подпространством.
- **Пересечение подпространств** UUU и VVV (обозначается U∩VU \cap VU∩V) — это множество векторов, которые принадлежат одновременно и UUU, и VVV. Пересечение любого семейства подпространств является подпространством.
- **Сумма подпространств** UUU и VVV (обозначается U+VU + VU+V) — это множество всех векторов вида u+vu + vu+v, где u∈Uu \in Uu∈U, а v∈Vv \in Vv∈V. Сумма двух подпространств является подпространством.

59. **Теорема о размерности суммы двух подпространств. Прямая сумма подпространств. Признак прямой суммы. Теорема о размерности:** Если UUU и VVV — подпространства конечномерного векторного пространства, то размерность их суммы равна

    dim(U+V)=dim(U)+dim(V)−dim(U∩V) \dim(U + V) = \dim(U) + \dim(V) - \dim(U \cap V)
    dim(U+V)=dim(U)+dim(V)−dim(U∩V)

    **Прямая сумма** подпространств UUU и VVV (обозначается U⊕VU \oplus VU⊕V) — это их сумма, если каждый вектор w∈U+Vw \in U+Vw∈U+V может быть представлен в виде суммы u+vu+vu+v единственным образом. **Признак прямой суммы:** Сумма U+VU+VU+V является прямой тогда и только тогда, когда их пересечение состоит только из нулевого вектора: U∩V={0}U \cap V = \{0\}U∩V={0}.

60. **Прямая сумма подпространств. Теорема о размерности прямой суммы подпространств. Теорема о размерности прямой суммы:** Если сумма подпространств является прямой (U⊕VU \oplus VU⊕V), то размерность суммы равна сумме размерностей слагаемых:

    dim(U⊕V)=dim(U)+dim(V) \dim(U \oplus V) = \dim(U) + \dim(V)
    dim(U⊕V)=dim(U)+dim(V)

    Это следует из общей теоремы о размерности суммы (п. 59), так как для прямой суммы dim(U∩V)=dim({0})=0\dim(U \cap V) = \dim(\{0\}) = 0dim(U∩V)=dim({0})=0.

***Критерии оценивания зачета с оценкой/экзамена:***

| Оценка | Критерии оценивания |
|---|---|
| **зачтено** | Обучающийся должен: уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; продемонстрировать прочное, достаточно полное усвоение знаний программного материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; правильно формулировать определения; последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу. |
| **не зачтено** | Обучающийся демонстрирует: незнание значительной части программного материала; не владение понятийным аппаратом дисциплины; существенные ошибки при изложении учебного материала; неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; неумение делать выводы по излагаемому материалу. |

***Критерии оценивания зачета с оценкой/экзамена:***

| Оценка | Критерии оценивания |
|---|---|
| **отлично** | Выставляется, если обучающимся правильно и полностью раскрыто содержание материала в пределах программы, чётко и правильно даны определения и раскрыто содержание понятий, точно использованы научные и технические термины, в ответе использованы ранее приобретённые теоретические знания, сделаны необходимые выводы и обобщения |
| **хорошо** | Выставляется, если обучающимся раскрыто основное содержание материала в пределах программы, даны определения и раскрыто содержание понятий, в ответе использованы ранее приобретённые теоретические знания, сделаны необходимые выводы и обобщения, но присутствуют незначительные нарушения в последовательности изложения, имеются одна-две неточности в содержании ответа |
| **удовлетворительно** | Выставляется, если обучающимся содержание учебного материала изложено фрагментарно, не всегда последовательно, не даны определения, не раскрыто содержание понятий, или они изложены с ошибками, допускаются ошибки и неточности в использовании научной терминологии, отсутствуют выводы и обобщения из предыдущего материала, или возможны ошибки в их изложении |
| **неудовлетворительно** | Выставляется, если обучающимся основное содержание учебного материала не раскрыто, не даются ответы на основные вопросы, допускаются грубые ошибки в определении понятий, в использовании терминологии, отсутствуют выводы и обобщения |

## 6. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Задания для диагностической работы должны обеспечивать оценку полностью или частично сформированных компетенций. Каждое задание должно быть привязано к тому или иному индикатору сформированности компетенций.

***При формировании заданий для диагностической работы необходимо использовать тестовые задания следующих типов***:

Тип задания 1. Задания закрытого типа на установление соответствия.

Тип задания 2. Задания закрытого типа на установление последовательности.

Тип задания 3. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных с последующим объяснением своего выбора.

Тип задания 4. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных с последующим объяснением своего выбора.

Тип задания 5. Задания открытого типа с развернутым ответом

**Все типы заданий должны быть представлены не менее одного раза.**

| Тема занятия | Код компетенции | Индикатор | Тип задания | Задание | | Уровень освоения компетенции |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Вариант 1 | Вариант 2 | |
| Раздел 1. Тема 1.1 Функции и их свойства | **УК-1**. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставлен | **3** | Какое из приведённых утверждений о функции f (x) = $\frac{1}{x}$ является верным<br>Варианты ответов:<br>A) Функция чётная и определена на всём множестве R.<br>B) Функция нечётная и имеет вертикальную асимптоту при x=0.<br>C) Функция возрастает на всей области определения.<br>D) Функция непрерывна в точке x=0.<br><br>Правильный ответ: B<br>Обоснование: f (x) = $\frac{1}{x}$ определена при x≠0.<br>Проверим нечётность:<br>f (-x) = $\frac{1}{x}$ = - $\frac{1}{x}$ = −f (x) → функция нечётная. При x→0$x$→0 модуль функции стремится к бесконечности → существует вертикальная | Что можно сказать о пределе функции f (x)= $\frac{\sin x}{x}$ при $x$→0?<br>Варианты ответов:<br>A) Предел не существует.<br>B) Предел равен 0.<br>C) Предел равен 1.<br>D) Предел равен ∞.<br>Правильный ответ: C<br>Обоснование:<br>Это классический первый замечательный предел:<br>$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$<br>Данное свойство доказывается геометрически или через неравенства и является фундаментальным в теории пределов. Поэтому правильный ответ — C. | **Базовый (1-3 минуты)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | подход для решения поставленных задач | ных задач | | асимптота x=0.<br>Остальные утверждения неверны: функция не определена в нуле (A, D ложны), и она убывает на каждом из интервалов $(-\infty;0)$ и $(0;+\infty)$, но не на всей области определения (C ложно). | | |
| Раздел 1. Тема 1.2. Предел последовательности. | | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **2** | Инженер моделирует процесс, при котором значение параметра на n-м шаге задаётся формулой:<br>$a_n = \frac{4n+2}{2n-1}$<br>Он хочет определить, к какому значению стремится параметр при большом числе шагов. Расположите этапы нахождения предела $\lim_{n\to\infty} a_n$ в правильной последовательности:<br>5. Разделить числитель и знаменатель на n<br>6. Подставить $n\to\infty$ и вычислить предел<br>7. Записать исходную последовательность<br>8. Упростить выражение: $\frac{4+\frac{2}{n}}{2-\frac{1}{n}}$<br>Правильная последовательность: 3 → 1 → 4 → 2<br>Пояснение: Сначала фиксируется исходная формула (3), затем применяется стандартный приём — деление на старшую степень (1), упрощение (4), и вычисление предела (2).<br>Ответ: предел равен $\frac{4}{2} = 2$ | При анализе сходимости численного метода получена последовательность погрешностей: $\varepsilon_n = \frac{1}{n^2}$<br>Специалист проверяет, стремится ли погрешность к нулю.<br>Расположите действия в порядке, необходимом для обоснования сходимости:<br>1. Сделать вывод: погрешность стремится к нулю, метод сходится<br>2. Вспомнить, что $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}=0$ при $p > 0$<br>3. Определить, что $p=2>0$<br>4. Записать предел: $\lim_{n\to\infty}\varepsilon_n = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}$<br>Правильная последовательность: 4 → 2 → 3 → 1<br>Пояснение: Сначала записывается предел (4), затем применяется известный факт (2), подтверждается условие (3), и делается практический вывод о сходимости (1). | **Базовый (1-3 минуты)** |
| Раздел 1. Тема 1.3 Предел функц | | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критическ | **2** | Расположите этапы вычисления предела<br>$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$<br>в логической последовательности:<br>1. Подставить значение x=2 и обнаружить неопределённость вида $\frac{0}{0}$ | Расположите следующие функции в порядке возрастания значений их пределов при x→0:<br>A) $f(x)=\frac{\sin(3x)}{x}$<br>B) $g(x)=\frac{1-\cos x}{x^2}$ | **Базовый (1-3 минуты)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ии. | | ий анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | | 2. Сократить общий множитель в числителе и знаменателе<br>3. Разложить числитель на множители: $x^2-4=(x-2)(x+2)$<br>4. Вычислить предел полученной непрерывной функции при $x\to2$<br><br>Правильная последовательность: 1 → 3 → 2 → 4<br><br>Обоснование: Сначала фиксируется неопределённость (1), затем применяется алгебраическое преобразование — разложение (3), сокращение (2), после чего предел вычисляется подстановкой (4). | C) $h(x)=\frac{e^z-1}{x}$<br><br>D) $k(x)=\frac{\ln(1+2x)}{x}$<br><br>Правильная последовательность: B → C → D → A<br>Обоснование (пределы):<br><br>B) $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$ (известный предел)<br><br>C) $\lim_{x\to0}\frac{e^z-1}{x}=1$<br><br>D) $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{x}=2$ (т.к. $\ln(1+2x)\sim2x$)<br><br>A) $\lim x\to0\ \frac{\sin(3x)}{x}=3$ (т.к. $\sin(3x)\sim3x$)<br><br>Порядок пределов: 0.5<1<2<3 → B → C → D → A | |
| Раздел 1. Тема 1.4 Непрерывность функции. | | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход | **4** | Инженер анализирует зависимость выходного сигнала устройства от времени, заданную функцией:<br>$$f(t)=\begin{cases}t^2, & t<1\\2, & t=1\\2t-1, & t>1\end{cases}$$<br>Какие из следующих утверждений верны?<br>A) Функция непрерывна при t<1<br>B) Функция непрерывна при t>1<br>C) В точке t=1 функция имеет разрыв I рода<br>D) Функция непрерывна во всех точках | При проектировании системы управления важно, чтобы характеристики были непрерывными. Какие из перечисленных функций непрерывны на всей числовой прямой?<br>A) $f(x)=x^3$<br>B) $g(x)=\frac{1}{x}$<br>C) $h(x)=\lvert x\rvert$<br>D) $k(x)=\begin{cases}x, & x\le0\\x+1, & x>0\end{cases}$<br><br>Правильные ответы: A, C<br>A) $x^3$ — многочлен → непрерывен на R | **Повышенный (3-5 минут)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | для решения поставленных задач. | | Правильные ответы: A, B, C<br>Объяснение:<br>- При t<1: $f(t)=t^2$ — элементарная функция → непрерывна<br>- При t>1: $f(t)=2t-1$ — линейная функция → непрерывна<br>- В точке t=1:<br>$\lim_{t\to 1^-} f(t)=1$,<br>$\lim_{t\to 1^+} f(t)=2\cdot 1-1=1$<br>но $f(1)=2\neq 1$ → предел существует, но не равен значению → устранимый разрыв (разрыв I рода)<br>Следовательно, D — неверно | B) $\frac{1}{x}$ не определена в x=0 → разрыв II рода<br>C) $\lvert x\rvert$ — непрерывна всюду (угловая точка, но без разрыва)<br>D) в точке x=0:<br>• $\lim_{x\to 0^-}=0$,<br>• $\lim_{x\to 0^+}=1$ → разрыв скачка (I рода) | |
| Раздел 2. Тема 2.1 Понятие производной и дифференциала | | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **1** | Установите соответствие между функцией и её производной:<br>**Функция $f(x)$** / **Производная $f'(x)$**<br>А) $f(x)=x^2$ — 1) 0<br>Б) $f(x)=5$ — 2) $2x$<br>В) $f(x)=3x$ — 3) 3<br>Г) $f(x)=x$ — 4) 1<br><br>Правильный ключ:<br>А — 2<br>Б — 1<br>В — 3<br>Г — 4<br><br>Пояснение (для проверяющего):<br>Производная $x^2$ - 2x<br>Производная константы — 0<br>Производная 3x — 3<br>Производная x — 1 | Установите соответствие между обозначением и его названием:<br>**Обозначение** / **Название**<br>А) $f'(x)$ — 1) Дифференциал функции<br>Б) $dy$ — 2) Производная функции<br>В) $\frac{df}{dx}$ — 3) Дифференциал аргумента<br>Г) $dx$ — 4) Производная (альтернативная запись)<br><br>Правильный ключ:<br>А — 2<br>Б — 1<br>В — 4<br>Г — 3<br><br>*Пояснение:*<br>f′(x) и $\frac{df}{dx}$ — разные формы записи производной<br><br>dy=f′(x) *dx* — дифференциал функции<br>dx — дифференциал независимой переменной (аргумента) | **Базовый (1-3 минуты)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Раздел 2. Тема 2.2 Правила дифференцирования | | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. . | **5** | Зависимость пути s (в метрах) от времени t (в секундах) для движущегося робота задана формулой:<br>$s(t) = 4t^2 + 3t$<br>Найдите скорость робота через 2 секунды. Объясните, как вы нашли скорость.<br>Развёрнутый ответ: Скорость — это производная пути по времени:<br>v(t)=s′(t)<br>Найдём производную, используя правило дифференцирования степенной функции<br>$s'(t)=(4t^2)'+(3t)'=4\cdot 2t+3=8t+3$<br>Подставим t=2:<br>v(2)=8·2+3=16+3=19 м/с<br>Объяснение: Чтобы найти скорость, я взял производную от функции пути. Для этого применил правило: производная $t^n$ равна $nt^{n-1}$, и воспользовался линейностью производной (производная суммы — сумма производных). | Стоимость C (в рублях) производства x единиц продукции задана формулой:<br>$C(x)=5x^2+100$<br>Найдите предельные издержки при выпуске x=3. Объясните, что вы делали.<br>Развёрнутый ответ: Предельные издержки — это производная стоимости:<br>$C'(x)=(5x^2+100)' =5\cdot 2x+0=10x$<br>Подставим x=3:<br>C′(3) =10·3=30 руб.<br>Объяснение: Я нашёл производную функции стоимости, используя правило дифференцирования степенной функции и то, что производная константы (100) равна нулю. Полученное число показывает, на сколько примерно увеличится стоимость при производстве одной дополнительной единицы. | **Высокий (5-10 минут)** |
| Раздел 2. Тема 2.3 Применение производной | | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход | **3** | Функция f(x) имеет производную f ′(x)=0 в точке x=2. Что это может означать?<br>A) Функция обязательно имеет максимум в точке x=2$x$=2<br>B) Функция обязательно имеет минимум в точке x=2$x$=2<br>C) График функции в точке x=2$x$=2 имеет горизонтальную касательную<br>D) Функция разрывна в точке x=2$x$=2<br>Правильный ответ: C<br><br>Объяснение:<br>Если f ′(x0)=0, то касательная к графику функции в точке x0 горизонтальна. Это не гарантирует экстремум (максимум или | На каком из промежутков функция f(x)=x2−4x+3 убывает?<br>A) (−∞;2)<br>B) (2;+∞)<br>C) (−∞;+∞)<br>D) (0;4)<br>Правильный ответ: A<br><br>Объяснение:<br>Найдём производную: f ′(x)=2x−4.<br>Функция убывает, где f ′(x)<0: 2x−4<0⇒x<2.<br>Значит, функция убывает на (−∞;2). Правильный ответ — A. | **Базовый (1-3 минуты)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | для решения поставленных задач | | минимум) — например, у функции f(x)=x3 производная в нуле равна нулю, но экстремума нет. Поэтому верно только утверждение С. | | |
| Раздел 2. Тема 2.4 Экстремумы функции. Исследование функции. | | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **5** | Функция затрат на производство x единиц товара (в тыс. руб.) задана формулой: $C(x)=x^2-4x+5$<br>Найдите объём производства, при котором затраты минимальны. Объясните, как вы это определили.<br>Развёрнутый ответ: Найдём производную функции затрат:<br>$C'(x)=(x^2-4x+5)'=2x-4$<br>Приравняем производную к нулю:<br>$2x-4=0 \Rightarrow x=2$<br>Проверим знак производной:<br>• При $x<2$: $C'(x)<0$ → затраты убывают<br>• При $x>2$: $C'(x)>0$ → затраты возрастают<br>Значит, в точке $x=2$ достигается минимум.<br>Ответ: Минимальные затраты — при производстве 2 единиц.<br>Объяснение: использование первой производной для нахождения экстремума. Смена знака производной с «–» на «+» указывает на точку минимума. Это базовый метод исследования функций в экономических задачах. | Высота h(t) (в метрах) подброшенного вверх мяча через t секунд описывается функцией:<br>$h(t)=-5t2+20t$<br>В какой момент времени мяч достигнет максимальной высоты? Обоснуйте свой ответ.<br>Эталон развёрнутого ответа:<br>Найдём производную:<br>$h'(t)=(-5t2+20t)'=-10t+20$<br>Приравняем к нулю:<br>$-10t+20=0 \Rightarrow t=2$<br>Анализ знака производной:<br>• При $t<2$: $h'(t)>0$ → мяч поднимается<br>• При $t>2$: $h'(t)<0$ → мяч падает<br>Следовательно, в момент t=2 с мяч находится на максимальной высоте.<br>Ответ: Максимальная высота достигается через 2 секунды.<br>Объяснение: Применён метод исследования функции с помощью первой производной. Такой подход позволяет находить экстремальные значения в физических и инженерных задачах. | **Высокий (5-10 минут)** |
| Раздел 3. Тема 3.1 Неопределенный интегр | | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ | **5** | Найдите неопределённый интеграл:<br>$\int(3x^2+4x+5)\,dx$<br><br>Развёрнутый ответ: Используем свойство линейности интеграла и таблицу простейших интегралов: | Проверьте, верно ли, что $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\|x\|+C$<br><br>Развёрнутый ответ: Неопределённый интеграл — это совокупность всех первообразных функции.<br>Проверим, является ли $\ln\|x\|$ первообразной для $\frac{1}{x}$<br>При $x > 0$: $\frac{d}{dx}(\ln x)=\frac{1}{x}$ | **Высокий (5-10 минут)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ал | | и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | | $\int (3x^2+4x+5)\,dx = 3\int x^2\,dx + 4\int x\,dx + 5\int 1\,dx$ $= 3\cdot\frac{x^3}{3} + 4\cdot\frac{x^2}{2} + 5\cdot x + C$ $= x^3 + 2x^2 + 5x + C,$ где C — произвольная постоянная. | При x<0: $\frac{d}{dx}(\ln(-x)) = \frac{1}{-x}\cdot(-1) = x\ 1$ Таким образом, для всех x≠0 производная ln \|x\| равна $\frac{1}{x}$ Следовательно, ln \|x\| +C — действительно общая первообразная функции $\frac{1}{x}$, и равенство верно. | |
| Раздел 3. Тема 3.2 Определенный интеграл | | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **5** | Скорость движения автомобиля (в м/с) в течение первых 4 секунд после старта описывается формулой: v(t)=2t Найдите путь, пройденный автомобилем за это время. Объясните, как вычисляется путь с помощью определённого интеграла. Развёрнутый ответ: Путь s равен определённому интегралу от скорости по времени: $s = \int_0^4 v(t)\,dt = \int_0^4 2t\,dt$ Найдём первообразную: $\int 2t\,dt = t^2 + C$ Применим формулу Ньютона–Лейбница: $s = t^2\big\|_0^4 = 4^2 - 0^2 = 16$ метров Объяснение: Путь — это площадь под графиком скорости. Определённый интеграл позволяет точно вычислить эту площадь, даже если | Производительность насоса (в литрах в минуту) изменяется по закону: p(t)=10+2t, где t — время в минутах. Сколько воды накачает насос за первые 5 минут? Развёрнутый ответ: Объём воды V равен интегралу от производительности по времени: $V = \int_0^5 p(t)\,dt = \int_0^5 (10+2t)\,dt$ Найдём первообразную: $\int (10+2t)\,dt = 10t + t^2 + C$ Вычислим определённый интеграл: $V = (10t+t^2)\big\|_0^5 = (10\cdot 5 + 5^2) - (0+0) = 50+25 = 75$ литров Объяснение: Интеграл суммирует малые порции воды, подаваемые каждую долю минуты. Это позволяет учесть изменение производительности во времени и найти общий объём. | **Высокий (5-10 минут)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | скорость меняется со временем. | | |
| Раздел 3. Тема 3.3 Приложения определенного интеграла | | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **2** | Расположите этапы вычисления площади фигуры, ограниченной графиками функций $y=x^2$ и y=x на отрезке [0,1], в правильной последовательности:<br>1. Найти точки пересечения графиков<br>2. Записать формулу площади: $S=\int_b^a (f(x)-g(x))\,dx$<br>3. Определить, какая функция находится выше на отрезке<br>4. Вычислить определённый интеграл<br><br>Правильная последовательность: 1 → 3 → 2 → 4<br>Пояснение: Сначала находят границы области (точки пересечения — 1), затем выясняют, какая функция сверху (3), записывают интеграл (2) и вычисляют его (4). | Расположите действия в порядке, необходимом для нахождения пути, пройденного телом за время от t =1 до t=4, если скорость задана формулой v (t) = 2t:<br>1. Записать формулу пути через интеграл: $s=\int_1^4 v(t)\,dt$<br>2. Подставить выражение для скорости: $s=\int_1^4 2t\,dt$<br>3. Найти первообразную функции 2t<br>4. Применить формулу Ньютона–Лейбница и вычислить значение<br><br>Правильная последовательность: 1 → 2 → 3 → 4<br>Пояснение: Сначала формулируется физический смысл (1), подставляется конкретная функция (2), затем выполняется интегрирование (3) и вычисление (4). | **Базовый (1-3 минуты)** |
| Раздел 3. Тема 3.4 Понятие о функциях нескольких переменных. | | **ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системног | **4** | Какие из приведённых величин в реальных задачах естественно зависят от двух или более переменных?<br>A) Температура в комнате — зависит от координат точки (x,y,z)<br>B) Площадь прямоугольника — зависит от длины a*a* и ширины b<br>C) Стоимость проезда в такси — зависит только от времени суток<br>D) Объём цилиндра — зависит от радиуса основания r*r* и высоты h<br>Правильные ответы: A, B, D<br>Объяснение:<br>A) Температура может меняться в разных точках пространства → функция трёх переменных | Рассмотрите функцию $f(x,y)=x^2+y$<br>Какие из следующих утверждений верны?<br>A) Это функция двух переменных<br>B) Её область определения — все пары действительных чисел (x,y)<br>C) При фиксированном x=1 получается функция одной переменной f(1,y)=1+y<br>D) График этой функции — прямая линия на плоскости<br>Правильные ответы: A, B, C<br>Объяснение:<br>A) Да, аргументы — x и y<br>B) Нет ограничений (нет деления на ноль, корней чётной степени и т.п.) → область — $R^2$<br>C) Подстановка даёт $f(1,y)=1^2+y=1+y$ — функция | **Повышенный (3-5 минут)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | о подхода для решения поставленных задач | | B) $S=a\cdot b$ — функция двух переменных<br>C) На самом деле стоимость такси обычно зависит и от расстояния, и от времени, но в данном утверждении сказано «только от времени суток», что неверно как общее правило<br>D) $V=\pi r^2 h$ — функция двух переменных | одной переменной<br>D) График функции двух переменных — поверхность в пространстве, а не прямая на плоскости | |
| Раздел 4. Тема 4.1 Введение в теорию групп. | | **ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **4** | Какие из следующих множеств с указанной операцией образуют группу?<br>A) Множество целых чисел Z с операцией сложения<br>B) Множество натуральных чисел N с операцией сложения<br>C) Множество ненулевых действительных чисел $R \setminus \{0\}$ с операцией умножения<br>D) Множество всех квадратных матриц 2×2 с операцией сложения<br>Правильные ответы: A, C, D<br>Объяснение: Группа — это множество с бинарной операцией, удовлетворяющее четырём аксиомам:<br>5. замкнутость,<br>6. ассоциативность,<br>7. существование нейтрального элемента,<br>8. существование обратного элемента для каждого элемента.<br>A) (Z,+) — классическая абелева группа. Нейтральный элемент — 0, обратный к a — это $-a$<br>B) В N (если считать $N=\{1, 2, 3, \ldots\}$) нет нейтрального элемента (0 не входит), и нет обратных (например, к 1 нет обратного в N).<br>C) $(R \setminus \{0\},\cdot)$ — группа (умножение, нейтральный — 1, обратный к a — $1/a$). | Какие из перечисленных свойств обязательно выполняются в любой группе?<br>A) Существует единственный нейтральный элемент<br>B) Операция обязательно коммутативна (т.е. $ab=ba$)<br>C) Для каждого элемента существует ровно один обратный элемент<br>D) Произведение двух элементов всегда равно одному из них<br>Правильные ответы: A, C<br>Объяснение:<br>A) В любой группе нейтральный элемент единствен — это стандартная теорема.<br>B) Коммутативность не обязательна. Группы, где она есть, называются абелевыми, но существуют и неабелевы группы (например, группа невырожденных матриц с умножением).<br>C) Обратный элемент для каждого элемента существует и единствен — это часть определения группы.<br>D) Нет, в общем случае ab — новый элемент, не совпадающий ни с a, ни с b. Например, в (Z,+): $2+3=5 \neq 2,3$. | **Повышенный (3-5 минут)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | D) Множество всех 2×2 матриц с сложением — абелева группа: нейтральный элемент — нулевая матрица, обратный — противоположная матрица.<br>Примечание: если бы операция была умножение, то D не была бы группой (не все матрицы обратимы). Но здесь — сложение. | | |
| Раздел 4. Тема 4.2 Подгруппы, кольца, поля. | | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **2** | Расположите шаги проверки, является ли множество H={0,2,4} подгруппой группы ($Z_6$,+), в правильной логической последовательности:<br>1. Проверить, замкнуто ли H относительно операции сложения по модулю 6<br>2. Убедиться, что нейтральный элемент группы Z6 содержится в H<br>3. Проверить, что для каждого элемента из H его обратный также принадлежит H<br>4. Записать состав множества H и операцию группы<br>Правильная последовательность: 4 → 2 → 1 → 3<br>Пояснение: Сначала фиксируем объект (4), затем проверяем наличие нейтрального элемента (в Z6 это 0 → есть в H) (2), далее — замкнутость (например, $2+4=6\equiv 0 \mod 6 \in H$) (1), и, наконец, наличие обратных:<br>обратный к 0 — 0,<br>к 2 — 4 (т.к. 2+4=0),<br>к 4 — 2 → все в H (3). | Расположите структуры в порядке расширения алгебраических свойств — от простейшей к наиболее «богатой»:<br>1. Кольцо<br>2. Группа<br>3. Поле<br>Правильная последовательность: 2 → 1 → 3<br>Пояснение:<br>- Группа — одна операция (например, сложение), удовлетворяющая аксиомам.<br>- Кольцо — две операции: по сложению — абелева группа, по умножению — полугруппа (или моноид), плюс дистрибутивность.<br>- Поле — коммутативное кольцо, в котором каждый ненулевой элемент имеет обратный по умножению (т.е. и сложение, и умножение образуют группы, кроме нуля для умножения).<br>Таким образом, каждая следующая структура содержит больше свойств. | **Базовый ( 1 - 3 минуты)** |
| Раздел 4. Тема 4.3 Поле комплексных | | **ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического | **2** | Расположите этапы перевода комплексного числа<br>z = −1+i из алгебраической формы в тригонометрическую в правильной последовательности:<br>1. Найти модуль: $r = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$<br>2. Определить, в какой четверти находится точка | Расположите действия в порядке выполнения сложения двух комплексных чисел в алгебраической форме:<br>$z_1=3-2i$, $z_2=-1+4i$<br>3. Сложить действительные части: 3+(−1) =2<br>4. Сложить мнимые части: −2i+4i=2i<br>3. Записать результат: $z_1+z_2=2+2i$ | **Базовый (1-3 минуты)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| чисел. | | анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач | | (−1,1)<br>3. Найти аргумент: $\varphi=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$<br>4. Записать число в виде z=r(cos φ+isin φ)<br><br>Правильная последовательность: 1 → 2 → 3 → 4<br>Пояснение: Сначала вычисляется модуль (1), затем определяется четверть для корректного выбора угла (2), после — находят аргумент с учётом четверти (3), и наконец записывают тригонометрическую форму (4). | 4. Проверить, что оба числа записаны в виде a+bi<br><br>Правильная последовательность: 4 → 1 → 2 → 3<br>Пояснение: Перед сложением убеждаются, что числа в алгебраической форме (4), затем отдельно складывают действительные (1) и мнимые части (2), и записывают ответ (3). | |
| Раздел 4. Тема 4.4 Операции над комплексными числами. | | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **2** | Расположите этапы умножения двух комплексных чисел $z_1=2+i$ и $z_2=1-3i$ в правильной последовательности:<br>5. Применить правило $i^2=-1$<br>6. Раскрыть скобки по формуле умножения двучленов<br>7. Записать результат в виде a+bi<br>8. Привести подобные члены<br>Правильная последовательность: 2 → 1 → 4 → 3<br>Пояснение: Сначала раскрываем скобки: $(2+i)(1-3i)=2\cdot1+2\cdot(-3i)+i\cdot1+i\cdot(-3i)$ (2).<br>Затем заменяем $i^2$ на −1 (1), например: $-3i^2=-3(-1)=3$.<br>После этого складываем действительные и мнимые части (4) и записываем окончательный ответ (3). | Расположите действия при делении комплексного числа $z_1=3+2i$ на $z_2=1+i$ в правильной последовательности:<br>1. Умножить числитель и знаменатель на сопряжённое знаменателя 1−i<br>2. Упростить числитель и знаменатель, используя i2=−1<br>3. Записать частное в виде дроби $\frac{3+2i}{1+i}$<br>4. Представить результат в алгебраической форме a+bi<br>Правильная последовательность: 3 → 1 → 2 → 4<br>Пояснение: Сначала записываем деление как дробь (3), затем избавляемся от мнимости в знаменателе, умножая на сопряжённое (1). После упрощения с учётом $i^2=-1$ (2) получаем число в виде a+bi (4). | **Базовый (1-3 минуты)** |
| Раздел 5. Тема | | **ИУК-1.3. Владеет** практичес | **4** | Какие из приведённых уравнений задают прямую линию на плоскости?<br>А) y=2x+3*y*=2*x*+3 | Какие из точек лежат на прямой, заданной уравнением y=−x+2?<br>А) (0;2) | **Повышенный (3-5 минут)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5.1 Прямая линия на плоскости. | | кими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач | | B) $x^2+y^2=4$<br>C) $3x-4y+5=0$<br>D) $y=\frac{1}{x}$<br><br>Правильные ответы: A, C<br>Объяснение:<br>Уравнение A — это уравнение прямой с угловым коэффициентом.<br>Уравнение C — общее уравнение прямой вида $Ax+By+C=0$.<br>Уравнение B — уравнение окружности.<br>Уравнение D — гипербола (не прямая). | B) (1;1)<br>C) (2;0)<br>D) (3;2)<br>Правильные ответы: A, B, C<br>Объяснение: Подставим координаты каждой точки в уравнение $y=-x+2$:<br>A: $2=-0+2$ → верно<br>B: $1=-1+2=1$ → верно<br>C: $0=-2+2=0$ → верно<br>D: $2=-3+2=-1$ → неверно<br>Следовательно, правильные ответы — A, B, C. | |
| Раздел 5. Тема 5.2 Линии второго порядка. | | **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставлен | **5** | Антенный рефлектор имеет форму параболы. Его поперечное сечение описывается уравнением:<br>$y=\frac{1}{8}x^2$<br>Приведите это уравнение к каноническому виду параболы и укажите, чему равен параметр p (расстояние от фокуса до директрисы).<br>Развёрнутый ответ: Каноническое уравнение параболы, ветви которой направлены вверх, имеет вид:<br>$x^2=2py$<br>Преобразуем данное уравнение:<br>$y=\frac{1}{8}x^2 \quad \Rightarrow \quad x^2=8y$<br>Сравниваем с $x^2=2py$: | На местности планируется построить круглую клумбу радиусом 4 м с центром в точке (2;−1). Запишите уравнение границы этой клумбы и объясните, как вы его получили.<br>Развёрнутый ответ: Граница круглой клумбы — это окружность.<br>Уравнение окружности с центром в точке $(x_0;y_0)$ и радиусом R имеет вид:<br>$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$<br>Подставим данные: $x_0=2$, $y_0=-1$, $R=4$:<br>$(x-2)^2+(y+1)^2=16$<br>Ответ: Уравнение границы клумбы:<br>$(x-2)^2+(y+1)^2=16$.<br>Объяснение: использовалось каноническое уравнение окружности — одной из основных линий второго порядка. Такие уравнения применяются в проектировании, строительстве и | **Высокий (5-10 минут)** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ных задач. | | $2p=8 \Rightarrow p=4$<br>Ответ: Канонический вид — $x^2=8y$, параметр $p=4$.<br>Объяснение: Параметр p важен в технике: он определяет положение фокуса параболического зеркала, куда собираются сигналы (например, в спутниковых антеннах). Знание канонической формы позволяет точно рассчитать геометрию устройства. | навигации для описания круговых объектов. | |

***Критерии оценивания диагностической работы:***

| Оценка | Критерии оценивания |
|---|---|
| **отлично** | от 90 до 100 % правильно выполненных заданий |
| **хорошо** | от 70 до 89 % правильно выполненных заданий |
| **удовлетворительно** | от 50 до 69 % правильно выполненных заданий |
| **неудовлетворительно** | менее 50 % правильно выполненных заданий |