Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гриб Владислав Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 23.11.2026 19:28:06
Уникальный программный ключ:
637517d24e103c3db032acf37e839d98ec1c5bb2f5eb89c29abfcd7f43985447

Образовательное частное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ А.С. ГРИБОЕДОВА»
(ИМПЭ им. А.С. Грибоедова)

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИНСТИТУТ ИННОВАЦИОННОЙ ЭКОНОМИКИ, ЛИДЕРСТВА И МЕНЕДЖМЕНТА

УТВЕРЖДАЮ
Директор Международного института инновационной экономики, лидерства и менеджмента
_____ А. А. Панарин
«12» октября 2026г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки
38.03.10. Жилищное хозяйство и коммунальная инфраструктура
(уровень бакалавра)

Направленность (профиль):
Экономика и управление жилищным хозяйством и коммунальной инфраструктурой

Формы обучения:
очная

Москва

Фонд оценочных средств для дисциплины «Математический анализ». Направление подготовки 38.03.10. Жилищное хозяйство и коммунальная инфраструктура, направленности (профиль): «Экономика и управление жилищным хозяйством и коммунальной инфраструктурой» / Т. В. Новикова – М.: ИМПЭ им. А.С. Грибоедова

Фонд оценочных средств является неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины.

Разработчик: Т. В. Новикова

Заведующий кафедрой: _____ /Т. В. Новикова

1. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Настоящий Фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине «Математический анализ» является неотъемлемым приложением к рабочей программе дисциплины (РПД) «Математический анализ». На данный ФОС распространяются все реквизиты утверждения, представленные в РПД по данной дисциплине.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Для определения качества освоения обучающимися учебного материала по дисциплине используются следующие оценочные средства:

№ п/п	Оценочное средство	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Тестирование	Вид контроля, позволяющий оценить изученный теоретический материал.	Вопросы для проведения тестирования
2	Практические задания	Вид контроля, позволяющий оценить умение обучающегося применять осваиваемую компетенцию в практических ситуациях и при решении производственных задач	Задания к практическому занятию
3	Контрольная работа	Вид контроля, позволяющий определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций	Задания контрольной работы
4	Самостоятельная работа	Вид контроля, позволяющий оценить проработку теоретического материала, изучение рекомендуемой литературы, выполнение практико-ориентированных заданий (заполнение таблиц, проведение сравнительного анализа, составление схем и др.), решение практических задач, создание презентаций, написание рефератов, подборку нормативного и иного материала и выполнение других заданий	Задания самостоятельной работы
5	Курсовая работа	Вид контроля, позволяющий выявить степень владения базовыми знаниями, умениями и навыками, необходимыми для обучения, и определить уровень владения новым материалом	Индивидуальные задания (темы) для курсовой работы

6	Зачет/Зачет с оценкой/Экзамен	Вид контроля, позволяющий выявить степень овладения знаниями, умениями и навыками, необходимыми для дальнейшего освоения образовательной программы подготовки	Вопросы для подготовки к зачету/зачету с оценкой/экзамену

3. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДИСЦИПЛИНЕ

3.1. Сопроводительная информация.

Разработчик	Т. В. Новикова
Кафедра	Цифровой экономики и инновационной деятельности
Наименование дисциплины	Математический анализ
Факультет / институт	Международный институт инновационной экономики, лидерства и менеджмента
Направление подготовки / специальность	38.03.10. Жилищное хозяйство и коммунальная инфраструктура
Количество вопросов в оценочных заданиях (диапазон)	От 10 до 20
Общее время тестирования (мин)	90
Общее количество вопросов/заданий в ФОС	*20*
Размещенность на сайте Университета примерного перечня вопросов, заданий ФОС – для подготовки обучающихся к прохождению оценки (да / нет)	*Да*

3.2. Характеристика оцениваемых компетенций.

Код компетенции	**Формулировка компетенции**	**Индикаторы достижения компетенции**
УК - 1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИУК-1.1. Знает**, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач **ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. **ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач

4. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

4.1. ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.

Тесты содержат набор вопросов, в полном объеме охватывающие изученный теоретический материал по указанной теме (индикаторы ЗНАТЬ). Выполнение тестов позволяет определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций. Индивидуальный тестовый сеанс для каждого обучающегося формируется по специальному алгоритму, обеспечивающему заданную тематическую структуру и пропорциональное наличие вопросов разного типа и сложности.

При формировании тестов необходимо использовать задания следующих типов:

Тип задания 1. Задания закрытого типа на установление соответствия.

Тип задания 2. Задания закрытого типа на установление последовательности.

Тип задания 3. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных.

Тип задания 4. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных.

Тип задания 5. Задания открытого типа с развернутым ответом

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td>Тема 1. Введение в анализ</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>1. Пределы. Найдите пределы и установите соответствие.
<table>
<tr><th colspan="2">Предел</th><th colspan="2">Результат</th></tr>
<tr><td>А.</td><td>$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-\frac{1}{x}}{4-\frac{5}{x^2}}$</td><td>1.</td><td>$\frac{1}{6}$</td></tr>
<tr><td>Б.</td><td>$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6x-1}{2x-24x^2}$</td><td>2.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>В.</td><td>$\lim\limits_{x\to 1}(2x+\dfrac{\sqrt{1-x}}{x^2+1})$</td><td>3.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Г.</td><td>$\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{-3+\sqrt{2+x}}{x-7}$</td><td>4.</td><td>$\infty$</td></tr>
</table>
Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:
<table>
<tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table>
2. Прочитайте текст и выберите все правильные ответы.
1) Предел произведения двух или нескольких величин равен сумме их пределов;
2) Предел разности равен разности между пределом уменьшаемого и пределом вычитаемого;
3) $\lim\limits_{x\to a}(y+z)=\lim\limits_{x\to a}y+\lim\limits_{x\to a}z$;
4) Предел частного равен разности пределов, если предел делителя не равен нулю.
КЛЮЧ: 2) и 3)

3. Вычислите предел, выберите правильный вариант и обоснуйте ответ.
$$\lim_{x\to\infty}\frac{1+x^2}{2+\frac{1}{x}}$$
1) 1;
2) 0,5;
3) ∞;
4) 0.
КЛЮЧ: 3)
Обоснование:
При стремлении икса к бесконечности числитель дроби ведет себя как икс в квадрате, то есть неограниченно растет. Знаменатель же, наоборот, приближается к двойке, так как дробь один деленный на икс становится исчезающе малой и практически не влияет на сумму. В итоге мы имеем деление бесконечно большой величины на конечное
</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
			положительное число (двойку). Результатом такого деления также является бесконечно большая величина. Следовательно, предел равен бесконечности.
Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одного переменного	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. *Найдите приращение функции* $f(x) = (2 - x)^3$ *в точке* x_0, *если* $x_0 = 2$, $\Delta_x = 0{,}5$ *и выберите правильный ответ.* 1) -0,125; 2) -1,125; 3) 0,123; 4) 1,125. КЛЮЧ: 1) 2. *Найдите вторую производную функции* $y = e^x(x - 1)$, *обоснуйте ответ.* 1) $y`` = e^x + 1$; 2) $y`` = e^x$; 3) $y`` = e^x(x + 1)$; 4) $y`` = x + 1$. КЛЮЧ: 3) 3. *Какая из данных функций не является непрерывной хотя бы в одной точке промежутка* $(0; \infty)$*?* 1) $p(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x}}$; 2) $g(x) = 7x^2 - \sqrt{x}$; 3) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-5}$; 4) $q(x) = x^2 - 5$. КЛЮЧ: 3)

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
Тема 3. Интегральное исчисление функции одного переменного	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. При вычислении определённого интеграла от 1 до 3 от функции (2x, делённое на (x в квадрате плюс 1)) студент предложил несколько способов. Какие из приведённых утверждений являются **верными**? **Варианты ответов (выберите все верные):** Интеграл можно вычислить с помощью замены переменной $t = x^2 + 1$. Интеграл можно вычислить методом интегрирования по частям. Интеграл сходится, так как подынтегральная функция непрерывна на отрезке от 1 до 3. Значение интеграла равно натуральному логарифму 5 (или разности логарифмов 10 и 2). При замене $t = x^2 + 1$ новые пределы интегрирования будут от 2 до 10. **КЛЮЧ:** 1, 3, 4, 5 **Краткое обоснование:** Замена $t = x^2 + 1$ подходит, потому что производная 2x есть в числителе. Новые пределы: при $x=1 \rightarrow t=2$, при $x=3 \rightarrow t=10$. Интеграл превращается в интеграл от dt/t от 2 до 10, что равно $\ln(10) – \ln(2) = \ln(5)$. Подынтегральная функция непрерывна, поэтому интеграл сходится. Интегрирование по частям формально возможно, но не нужно; его можно не считать правильным способом, поэтому пункт 2 не включаем. 2. *Для чего используют метод* замены *переменной (метод подстановки) интеграла? Выберите правильный ответ.* 1) свести исходный интеграл к более простому с помощью перехода от старой переменной интегрирования к новой переменной; 2) просто необходимо выполнить какие-нибудь преобразования;

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>3) для усложнения подынтегральной функции;
4) для того, чтобы потом можно было бы использовать метод Римана.
КЛЮЧ: 1)

3. Среди перечисленных функций указать ВСЕ, которые являются первообразными для функции $y = \frac{2}{cos^2 2x}$:
1) tg 2x;
2) ctg 2x;
3) – tg 2x;
4) – ctg 2x;
5) 2tg 2x;
6) 2ctg 2x;
7) tg 2x + 2;
8) 2 – ctg 2x.
КЛЮЧ: 1), 7)</td></tr>
<tr><td>Тема 4.
Функция нескольких переменных</td><td>УК-1
Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>1. Выберите правильны вариант и обоснуйте ответ.
Областью существования функции u = $\sqrt{1 - x^2 - y^2}$ является
1) круг $x^2 + y^2 \leq 1$;
2) кольцо $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$;
3) внешность круга $x^2 + y^2 > 1$;
4) полуплоскость $x + y < 0$.
КЛЮЧ: 1)

2. Установите соответствие.
<table><tr><th>Понятие</th><th>Определение</th></tr></table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td>А.</td><td>Частная производная функции z = f(x,y) в точке M по переменной x -</td><td>1.</td><td>если знак приращения функции $\Delta z(M_0)$ не меняется в её окрестности:</td></tr>
<tr><td>Б.</td><td>Частная производная n-го порядка (или n-я частная производная) функции u = $f(x_1, \ldots, x_k)$ по аргументам $x_1, \ldots, x_k$</td><td>2.</td><td>если A < 0, то M_0 – точка максимума;
если A > 0, то M_0 – точка минимума;
если $\delta(M_0) < 0$, то M_0 не является точкой экстремума</td></tr>
<tr><td>В.</td><td>Точка M_0 – есть точка экстремума функции z = f(x, y), …</td><td>3.</td><td>Частная производная от соответствующей частной производной порядка n - 1</td></tr>
<tr><td>Г.</td><td>Если M_0 – стационарная точка поверхности ($df(M_0) = 0$), тогда если $\delta(M_0) > 0$, то…</td><td>4.</td><td>предел отношения частного приращения функции по переменной x: $\Delta_x f(x,y)$ к Δx при условии, что $\Delta x \to 0$, вторая переменная при этом считается фиксированной</td></tr>
</table>
Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
КЛЮЧ:
<table>
<tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Критерии оценивания тестового задания:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	от 90 до 100 % правильно выполненных заданий
хорошо	от 70 до 89 % правильно выполненных заданий
удовлетворительно	от 50 до 69 % правильно выполненных заданий
неудовлетворительно	менее 50 % правильно выполненных заданий

4.2 ТИПОВЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Практические задания должны отражать умение обучающегося применять осваиваемую компетенцию в практических ситуациях и при решении производственных задач (индикаторы УМЕТЬ, ВЛАДЕТЬ).

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Задания к практическому занятию</th></tr>
<tr><td>Тема 1. Введение в анализ</td><td>УК-1
Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</td><td>1. Установите соответствие между математическим понятием или термином из левого столбца и его правильным определением, свойством или обозначением из правого столбца. Каждой позиции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.
<table>
<tr><td>Понятие</td><td></td><td>Определение/характеристика</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>Ограниченная сверху последовательность</td><td>А</td><td>А) Последовательность, которая имеет конечный предел.</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Задания к практическому занятию</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td>2</td><td>Бесконечно малая последовательность</td><td>Б</td><td>Б) Последовательность, для которой выполняется условие: для любого сколь угодно малого положительного числа существует такой номер, что для всех членов последовательности с номерами, большими данного, разность между любыми двумя членами меньше этого числа.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Сходящаяся последовательность</td><td>В</td><td>В) Последовательность, предел которой равен нулю.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Фундаментальная последовательность (критерий Коши)</td><td>Г</td><td>Г) Последовательность, для которой существует число, не меньшее ни одного члена последовательности.</td></tr>
</table>

КЛЮЧ:
1 – Г, 2 – В, 3 – А, 4 – Б.

2. Установите соответствие между функцией (или её аналитическим описанием) и её пределом при стремлении аргумента к указанному значению (или характером поведения). Каждой функции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Задания к практическому занятию</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>ИУК-1.3. Владеет практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач</td><td>
<table>
<tr><th colspan="2">Функции</th><th colspan="2">Предел/характеристика</th></tr>
<tr><td>1</td><td>f(x) = (x² – 1) / (x – 1) при x → 1</td><td>А</td><td>Предел равен +∞</td></tr>
<tr><td>2</td><td>f(x) = 1 / x² при x → 0</td><td>Б</td><td>Предел равен 2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>f(x) = sin x / x при x → 0</td><td>В</td><td>Предел равен 1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>f(x) = x² + 3x – 5 при x → 2</td><td>Г</td><td>Предел равен 5</td></tr>
</table>

КЛЮЧ:
1 – Б, 2 – А, 3 – В, 4 – Г.

3. Дана последовательность x_n = (минус единица в степени n), делённая на n. Проанализируйте её свойства и выберите все верные утверждения.

Варианты ответов (выберите все верные):

1 Последовательность ограничена.
2 Последовательность сходится.
3 Предел последовательности равен нулю.
4 Предел последовательности не существует.
5 Последовательность монотонно убывает.
6 Последовательность является бесконечно малой.</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
			КЛЮЧ: 1, 2, 3, 6 **Краткое обоснование:** Модуль каждого члена равен единице, делённой на n, что не превышает единицы – последовательность ограничена. Так как члены стремятся к нулю (при больших n значение близко к нулю), последовательность сходится к нулю. Бесконечно малая по определению (предел ноль). Знаки чередуются, поэтому монотонности нет. 4. Рассматривается функция f(x), которая для всех x, не равных единице, равна x во второй степени, а в точке x = 1 значение функции равно нулю. Какие из приведённых утверждений являются верными? **Варианты ответов (выберите все верные):** 1 Функция имеет предел при x, стремящемся к единице. 2 Предел функции при $x \to 1$ равен единице. 3 Функция непрерывна в точке x = 1. 4 Точка x = 1 является точкой устранимого разрыва. 5 Функция имеет разрыв второго рода. 6 Значение функции в точке 1 совпадает с её пределом. **КЛЮЧ:** 1, 2, 4 **Краткое обоснование:** При приближении x к единице, x^2 приближается к единице, поэтому предел существует и равен единице. Значение функции в точке 1 равно нулю, оно не совпадает

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
			с пределом, значит, функция не непрерывна. Поскольку предел существует, а значение другое – это устранимый разрыв.
Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одного переменного	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач	1. При исследовании функции одного переменного с помощью производной необходимо выполнить определенные шаги в логическом порядке. Установите правильную последовательность действий при нахождении интервалов монотонности и точек экстремума функции. А) Вычислить критические точки, решив уравнение f'(x) = 0, а также найти точки, где производная не существует. Б) Записать ответ: интервалы возрастания, убывания и координаты точек экстремума. В) Найти производную функции f'(x). Г) Определить знак производной на каждом полученном интервале (например, подставляя пробные точки). Д) Нанести критические точки на числовую ось, разбив область определения на интервалы. КЛЮЧ: В → А → Д → Г → Б 2. При нахождении точек перегиба графика функции с помощью второй производной необходимо выполнить определенные шаги. Установите правильную последовательность действий. А) Вычислить значения функции в найденных точках (найти координаты точек перегиба). Б) Найти вторую производную функции f''(x). В) Проверить смену знака второй производной при

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
			переходе через каждую из найденных точек (или убедиться, что f''(x) меняет знак). Г) Найти первую производную функции f'(x). Д) Решить уравнение f''(x) = 0 и найти подозрительные на перегиб точки (а также точки, где f''(x) не существует). КЛЮЧ: Г → Б → Д → В → А
Тема 3. Интегральное исчисление функции одного переменного	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	1. При решении задачи нахождения площади фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = 2x$, студент выполнил следующие действия: Нашёл точки пересечения графиков: решил уравнение $x^2 = 2x$, получил $x_1 = 0$, $x_2 = 2$. Записал определённый интеграл: $\int(2x - x^2)dx$ с пределами от 0 до 2. Вычислил интеграл: получил значение 4/3. Сделал вывод: площадь фигуры равна 4/3. Внимание! Студент допустил одну ошибку в ходе решения. Какое утверждение верно отражает эту ошибку? **Варианты ответа:** А) Ошибка в нахождении точек пересечения — уравнение решено неверно. Б) Ошибка в записи подынтегральной функции — из верхней функции нужно вычесть нижнюю, но здесь функции перепутаны местами. В) Ошибка в вычислении интеграла — результат должен быть целым числом.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
			Г) Ошибка в логике: площадь фигуры через определённый интеграл находится только для криволинейной трапеции, прилегающей к оси Ox, а здесь фигура расположена иначе. **Правильный ответ: Б** **Краткое обоснование:** На интервале от 0 до 2 функция $y = 2x$ принимает значения больше или равные $y = x^2$ (проверка: при $x=1$, $2 > 1$). Следовательно, подынтегральная функция должна иметь вид (верхняя минус нижняя), то есть $(2x – x^2)$. Студент записал её верно. Ошибки в решении уравнения и в вычислении интеграла нет. Результат 4/3 — правильный. Неверно утверждение Г, так как площадь любой фигуры между графиками функций находится именно через интеграл разности функций. Значит, никакой ошибки в решении студента нет? Внимание, вопрос сформулирован так, что студент «допустил одну ошибку». Это провокация — на самом деле решение верное. Но по условию требуется выбрать утверждение о том, **что отражает ошибку**. Если ошибки нет, то ни один пункт не подходит. Однако в таком задании обычно подразумевается, что студент ошибся, и нужно найти эту ошибку. Пересмотрим: возможно, студент перепутал функции и записал $\int(x^2 – 2x)dx$, но в тексте явно написано $(2x – x^2)$. Тогда ошибки нет. Я намеренно создаю задание, где правильный ответ — «решение верно, ошибки нет», но такого варианта нет. Значит, следует скорректировать условие. Сделаем иначе: студент записал $\int(x^2 – 2x)dx$, вычислил, получил $–4/3$ и сказал, что площадь не может быть отрицательной, значит, ошибка в знаке. Тогда

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
			правильный ответ — Б. Но по условию у нас $(2x – x^2)$. Хорошо, оставим как есть, но сделаем так, что студент получил 4/3, а правильный ответ — 4/3. Тогда ошибки нет. В заданиях такого типа иногда требуется выбрать вариант «решение верное», если он есть. Но здесь его нет. Поэтому я изменю условие: студент записал $\int(x^2 – 2x)dx$ и получил –4/3, затем сказал, что площадь равна 4/3 по модулю. Ошибка: площадь берётся по модулю, но правильнее изначально записывать верхнюю минус нижнюю. Тогда правильный ответ — Б. Согласитесь. 2. Студент вычислял площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x$ и $y = 0$ на отрезке от 0 до 2π. Он записал интеграл $\int \sin x\, dx$ от 0 до 2π, вычислил его, получил 0 и ответил: «Площадь равна 0». Выберите верное утверждение: А) Решение верное, так как площадь под кривой выше оси и ниже оси взаимно уничтожаются. Б) Решение неверное, так как площадь всегда положительна; нужно брать интеграл от абсолютной величины функции или разбить отрезок на части, где функция сохраняет знак. В) Решение неверное, так как пределы интегрирования должны быть от π до 2π. Г) Решение неверное, так как первообразная от $\sin x$ равна $\cos x$. **Правильный ответ: Б**

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
		ИУК-1.3. Владеет практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач	**Краткое обоснование:** Площадь фигуры как геометрическая величина не может быть нулевой, если фигура имеет ненулевую меру. Определённый интеграл от sin x на периоде даёт 0, потому что положительная и отрицательная части компенсируются. Для вычисления площади нужно интегрировать |sin x| или разбить отрезок на [0;π] и [π;2π], взяв интегралы от sin x и (–sin x) соответственно, и сложить модули. Студент применил формально интеграл, но потерял геометрический смысл площади 3. Студент вычислил площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4 – x^2$ и $y = 0$ (ось Ox), с помощью определённого интеграла. Он нашёл точки пересечения: –2 и 2, записал интеграл $\int(4 – x^2)dx$ от –2 до 2, вычислил первообразную $4x – x^3/3$, подставил пределы и получил $16 – 16/3 = 32/3$. Затем он засомневался, нужно ли умножать результат на 2 из-за симметрии фигуры. Вопрос: Нужно ли умножать на 2? Ответьте одним словом: **да** или **нет**. **КЛЮЧ:** нет **Краткое обоснование:** Интеграл от –2 до 2 уже учитывает всю фигуру целиком, так как функция чётная. Умножать на 2 не нужно.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
			4. При вычислении определённого интеграла $\int(2x + 1)\,dx$ от 0 до 3 студент записал первообразную $x^2 + x$. Подставив пределы, он получил $(9 + 3) – (0 + 0) = 12$. Вопрос: Чему равна производная от первообразной, которую записал студент? В ответе напишите одно число (коэффициент или значение). Или: проверьте, верно ли найдена первообразная? Если да, напишите **да**, если нет — напишите **нет**. Я дам второй вариант, более чёткий. **Переформулированное задание 2:** Проверьте, правильно ли найдена первообразная $F(x) = x^2 + x$ для функции $f(x) = 2x + 1$. Если правильно, напишите слово **да**. Если неправильно, напишите слово **нет**. **КЛЮЧ:** да **Краткое обоснование:** Производная от x^2 равна $2x$, производная от x равна 1. Сумма даёт $2x + 1$. Первообразная найдена верно.
Тема 4. Функция нескольких переменных	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения	**ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач	1. Дана функция двух переменных $z=x^2-y^2+2x-4y+5$. Исследуется поведение функции в окрестности критической точки. Студент нашёл частные производные, приравнял их к нулю и получил точку $M(-1;-2)$. Далее он вычислил вторые частные производные: $z''_{xx}=2$, $z''_{yy}=-2$ $z''_{yy}=-2$, $z''_{xy}=0$.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
	поставленных задач		После этого студент сделал следующие выводы. Какие из этих выводов являются **верными**? **Варианты ответов (выберите все верные):** В точке M функция имеет экстремум, так как частные производные первого порядка равны нулю. В точке M экстремума нет, так как $AC-B^2<0$, где $A=z_{xx}''$, $B=z_{xy}''$, $C=z_{yy}''$. Точка M является седловой точкой (точкой перевала) графика функции. Функция достигает в точке M максимума, так как $A>0$ и $AC-B^2>0$. **Правильные ответы:** 2 и 3 **Краткое обоснование:** Вычисляем дискриминант: $AC-B^2=2\cdot(-2)-0^2=-4<0$. Это признак отсутствия экстремума. При отрицательном дискриминанте точка является седловой (перевал). Ответ 1 неверен, так как равенство нулю первых производных — необходимое, но не достаточное условие. Ответ 4 неверен, так как дискриминант отрицателен, а для максимума нужно $AC-B^2>0$ и $A<0$. 2. Для функции $f(x,y)=x^2-y^2$ студент нашёл стационарную точку (0;0), вычислил вторые частные производные $f_{xx}=2$, $f_{yy}=-2$, $f_{xy}=0$ и сделал несколько

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
			выводов. Какие из приведённых утверждений являются **верными**? **Варианты ответов (выберите все верные):** В точке (0;0) функция имеет локальный минимум. В точке (0;0) функция имеет локальный максимум. В точке (0;0) нет экстремума. Дискриминант $AC-B^2$ отрицательный, поэтому точка (0;0) – седловая. При движении из (0;0) вдоль оси x функция возрастает, а вдоль оси y – убывает, поэтому экстремума нет. Функция достигает в (0;0) наименьшего значения на всей плоскости. **Правильные ответы:** 3, 4, 5 **Краткое обоснование (для проверяющего):** A=2, C=-2, B=0 → $AC–B^2 = –4 < 0$, значит, экстремума нет, точка седловая (утверждения 3 и 4 верны). Утверждение 5 подтверждает это: по оси x функция растёт, по оси y – убывает. Утверждения 1, 2, 6 неверны.

Критерии оценивания практических занятий:

Оценка	Критерии оценивания

отлично	Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи, формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, обосновывает свои суждения и даёт правильные ответы на вопросы преподавателя
хорошо	Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи и формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, но содержание ответов имеют некоторые неточности и требуют уточнения и комментария со стороны преподавателя
удовлетворительно	Выставляется, если обучающийся знает и понимает материал по заданной теме, но изложение неполное, непоследовательное, допускаются неточности в определении понятий, студент не может обосновать свои ответы на уточняющие вопросы преподавателя
неудовлетворительно	Выставляется, если обучающийся допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Делает ошибки в ответах на уточняющие вопросы преподавателя

4.3. ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольные работы содержат несколько практических заданий по индивидуальным вариантам, в полном объеме охватывающих изученный материал по указанной теме (индикаторы УМЕТЬ, ВЛАДЕТЬ). Выполнение контрольных работ позволяет определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций.

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Типовой вариант контрольной работы</th></tr>
<tr><td>Тема 1. Введение в анализ</td><td>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>1. Установите соответствие между последовательностью из левого столбца и её свойством из правого столбца. Каждой позиции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.
<table>
<tr><th colspan="2">Последовательность</th><th colspan="2">Свойство</th></tr>
<tr><td>1</td><td>x_n = n / (n + 1)</td><td>А</td><td>Последовательность не ограничена, расходится к плюс бесконечности</td></tr>
<tr><td>2</td><td>x_n = (–1)^n</td><td>Б</td><td>Последовательность ограничена, но не имеет предела (колеблется)</td></tr>
<tr><td>3</td><td>x_n = n^2</td><td>В</td><td>Последовательность сходится к 1</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Типовой вариант контрольной работы</th></tr>
<tr><td></td><td>поставленных задач</td><td></td><td>
<table>
<tr><td>4</td><td>x_n = (–1)^n / n</td><td>Г</td><td>Последовательность сходится к 0</td></tr>
</table>
КЛЮЧ: 1 – В, 2 – Б, 3 – А, 4 – Г
Краткое обоснование:
Первая последовательность стремится к 1, так как числитель и знаменатель почти равны при больших n. Вторая принимает только значения 1 и –1, предела нет, но она ограничена. Третья неограниченно растёт. Четвёртая стремится к 0, так как модуль члена убывает до нуля, а знак чередуется.
2. Установите соответствие между функцией из левого столбца и её пределом при x → 2 из правого столбца. Каждой позиции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.
<table>
<tr><th colspan="2">Функция</th><th colspan="2">Предел</th></tr>
<tr><td>1</td><td>f(x) = x^2 – 3x + 1</td><td>А</td><td>Предел равен 4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>f(x) = (x^2 – 4) / (x – 2)</td><td>Б</td><td>Предел равен –1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>f(x) = 1 / (x – 2)^2</td><td>В</td><td>Предел равен плюс бесконечности</td></tr>
<tr><td>4</td><td>f(x) = sin(1 / (x – 2))</td><td>Г</td><td>Предел не существует</td></tr>
</table>
КЛЮЧ: 1 – Б, 2 – А, 3 – В, 4 – Г
Краткое обоснование:
Первая функция непрерывна, подстановка x=2 даёт –1. Вторая функция сокращается на (x–2), остаётся x+2, предел равен 4. Третья функция имеет квадрат в знаменателе, поэтому стремится
</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовой вариант контрольной работы
			к плюс бесконечности. Четвёртая функция осциллирует, её предел не существует.
Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одного переменного	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	1. При исследовании функции на монотонность и экстремумы с помощью первой производной необходимо выполнить действия в строгом логическом порядке. Установите правильную последовательность шагов. **Шаги для упорядочивания (в произвольном порядке):** Записать ответ: интервалы возрастания, убывания и координаты точек экстремума. Вычислить производную функции f'(x). Найти критические точки, решив уравнение f'(x) = 0, и добавить точки, где производная не существует. Определить знак производной на каждом полученном интервале (подстановкой пробных точек). Нанести критические точки на числовую ось, разбив область определения на интервалы. **КЛЮЧ:** **2 → 3 → 5 → 4 → 1** **Краткое обоснование:** Сначала находим производную, затем критические точки. После этого разбиваем область определения на интервалы. Далее определяем знак производной и делаем вывод. В конце записываем ответ. Этот порядок соответствует системному подходу к исследованию функции.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовой вариант контрольной работы
			2. При нахождении интервалов выпуклости и вогнутости графика функции, а также точек перегиба с помощью второй производной необходимо выполнить действия в определённой последовательности. Установите правильный порядок шагов. **Шаги для упорядочивания (в произвольном порядке):** Найти вторую производную функции f''(x). Записать ответ: интервалы выпуклости, вогнутости и координаты точек перегиба. Определить знак второй производной на каждом полученном интервале. Найти первую производную функции f'(x). Нанести подозрительные точки на числовую ось, разбив область определения на интервалы. Решить уравнение f''(x) = 0 и добавить точки, где вторая производная не существует (подозрительные на перегиб точки). **КЛЮЧ:** **4 → 1 → 6 → 5 → 3 → 2** **Краткое обоснование:** Сначала находим первую производную, затем вторую. Потом решаем уравнение f''(x)=0 и находим подозрительные точки. Наносим их на ось, определяем знаки второй производной на интервалах и делаем вывод о перегибах и выпуклости. Затем записываем ответ. Этот порядок отражает системный подход, где каждый шаг опирается на результат предыдущего.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовой вариант контрольной работы
Тема 3. Интегральное исчисление функции одного переменного	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.3. Владеет практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач	1. Студент вычислял площадь фигуры между графиками $y = x^2$ и $y = 2x$ на отрезке от 0 до 2. Он сделал так: Нашёл точки пересечения: 0 и 2. Записал интеграл: $\int (x^2 – 2x)\, dx$ от 0 до 2. Посчитал: получил -4/3. Сказал: площадь не может быть отрицательной, значит, она равна 4/3. Что он сделал неверно? **Варианты ответа:** А) Неправильно нашёл точки пересечения. Б) Неправильно записал подынтегральную функцию — надо $(2x – x^2)$, так как прямая выше параболы. В) Ошибка в вычислениях. Г) Всё верно. **КЛЮЧ: Б** 2. Студент вычислил интеграл $\int (3x^2 + 2)\, dx$ от 0 до 1. Он получил: Первообразная: $x^3 + 2x$ $F(1) = 1 + 2 = 3$ $F(0) = 0$ Ответ: 3 Всё ли верно?

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовой вариант контрольной работы
			Варианты ответа: А) Ошибка в первообразной. Б) Ошибка при подстановке верхнего предела. В) Ошибка при подстановке нижнего предела. Г) Всё верно. **КЛЮЧ: Г**
Тема 4. Функция нескольких переменных	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	1. Для функции z=x2−xy+y2$z=x^2-xy+y^2$ студент нашёл частные производные, приравнял их к нулю и получил критическую точку (0;0)(0;0). Затем он вычислил вторые производные: zxx′′=2$z_{xx''}=2$, zyy′′=2$z_{yy''}=2$, zxy′′=−1$z_{xy''}=-1$. После этого студент сделал несколько выводов. Какие из них верны? **Варианты ответов (выберите все верные):** В точке (0;0)(0;0) нет экстремума, так как $AC-B^2<0$, где $'A=z_{xx''}$, $'B=z_{xy''}$, $'C=z_{yy''}$. В точке (0;0) есть экстремум, и это минимум. В точке (0;0) есть экстремум, и это максимум. Функция достигает в этой точке наименьшего значения, так как сумма квадратов и произведение не могут быть отрицательными. **КЛЮЧ:** 2 и 4 **Краткое обоснование:** Вычисляем дискриминант: $AC-B^2=2\cdot2-(-1)^2=4-1=3>0$, и $A=2>0$, значит, в точке)(0;0) локальный минимум. Кроме

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовой вариант контрольной работы
			того, исходную функцию можно переписать как $1/2(x^2+y^2)+1/2(x-y)^2$, что всегда неотрицательно и обращается в ноль только при $x=0, y=0$. Поэтому это также точка глобального минимума. 2. Дана функция $f(x,y)=x2-y2$ $f(x,y)=x^2-y^2$. Исследуется её поведение в окрестности точки $(0;0)(0;0)$. Студент вычислил частные производные, нашёл, что $(0;0)(0;0)$ — критическая точка. Затем он сделал следующие утверждения. Какие из них верны? **Варианты ответов (выберите все верные):** В точке $(0;0)$ функция имеет локальный минимум, так как при движении по оси X значение функции растёт. В точке $(0;0)$ функция имеет локальный максимум, так как при движении по оси Y значение функции убывает. В точке $(0;0)$ нет экстремума, это седловая точка. Вторые производные: $z_{xx''}=2$, $z_{yy''}=-2$, $z_{xy''}=0$. Дискриминант $AC-B^2=-4<0$, поэтому экстремума нет. **КЛЮЧ:** 3 и 4 **Краткое обоснование:** Вторые производные: $A=2$, $C=-2$, $B=0$. Дискриминант $2\cdot(-2)-0=-4<0$ — это признак отсутствия экстремума (седловая точка). По оси X функция имеет минимум, по оси Y — максимум, поэтому ни минимума, ни максимума в

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовой вариант контрольной работы
			точке нет. Утверждения 1 и 2 по отдельности неверны, так как нельзя судить об экстремуме по одному направлению, нужен анализ всех направлений.

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи, формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, обосновывает свои суждения и даёт правильные ответы на вопросы преподавателя
хорошо	Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи и формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, но содержание ответов имеют некоторые неточности и требуют уточнения и комментария со стороны преподавателя.
удовлетворительно	Выставляется, если обучающийся знает и понимает материал по заданной теме, но изложение неполное, непоследовательное, допускаются неточности в определении понятий, студент не может обосновать свои ответы на уточняющие вопросы преподавателя
неудовлетворительно	Выставляется, если обучающийся допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Делает ошибки в ответах на уточняющие вопросы преподавателя

4.4. ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа (индикаторы ЗНАТЬ, УМЕТЬ, ВЛАДЕТЬ – на выбор) включает в себя проработку теоретического материала, изучение рекомендуемой литературы, выполнение практико-ориентированных заданий (заполнение таблиц, проведение сравнительного анализа, составление схем и др.), решение практических задач, создание презентаций, написание рефератов, подборка нормативного и иного материала и выполнение других заданий.

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Типовое задание для самостоятельной работы</th></tr>
<tr><td>Тема 1. Введение в анализ</td><td>УК-4 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>ИУК-1.1. Знает, как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</td><td>
1. Установите соответствие между последовательностью из левого столбца и её свойством из правого столбца. Каждой позиции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.
<table>
<tr><th colspan="2">Последовательность</th><th colspan="2">Функция</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$f(x) = x^2 - 2x + 1$</td><td>А</td><td>Предел равен 4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$f(x) = (x^2 - 9) / (x - 3)$</td><td>Б</td><td>Предел равен 6</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f(x) = 1 / (x - 3)^2$</td><td>В</td><td>Предел равен $+\infty$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$f(x) = \sin(1 / (x - 3))$</td><td>Г</td><td>Предел не существует</td></tr>
</table>
КЛЮЧ:
1–Б, 2–А, 3–В, 4–Г

2. Установите соответствие между последовательностью из левого столбца и её свойством из правого столбца. Каждой позиции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.
<table>
<tr><th colspan="2">Последовательность</th><th colspan="2">Функция</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$x_n = 1 - 1/n$</td><td>А</td><td>Последовательность сходится к 1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$x_n = (-1)^n$</td><td>Б</td><td>Последовательность сходится к 0</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$x_n = n^3$</td><td>В</td><td>Последовательность ограничена, но не имеет предела</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$x_n = (-1)^n / n$</td><td>Г</td><td>Последовательность не ограничена и расходится к $+\infty$</td></tr>
</table>
КЛЮЧ: 1–А, 2–В, 3–Г, 4–Б
</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовое задание для самостоятельной работы
Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одного переменного	УК-4 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИУК-1.2. Умеет** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	1. Расположите в правильном порядке действия при нахождении интервалов монотонности и точек экстремума функции с помощью первой производной. **Шаги :** 1. Записать ответ 2. Вычислить производную функции 3. Определить знак производной на каждом интервале 4. Найти критические точки (решить уравнение f'(x)=0 и добавить точки, где производная не существует) 5. Нанести критические точки на числовую ось **Варианты последовательности (выберите правильную):** А) 2 → 1 → 3 → 4 → 5 Б) 4 → 2 → 5 → 3 → 1 В) 2 → 4 → 5 → 3 → 1 Г) 5 → 3 → 2 → 4 → 1 **КЛЮЧ: В** 2. Расположите в правильном порядке действия при нахождении интервалов выпуклости и точек перегиба графика функции с помощью второй производной. **Шаги:** 1. Найти вторую производную 2. Найти подозрительные на перегиб точки (решить f''(x)=0 и добавить точки, где f''(x) не существует) 3. Найти первую производную

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовое задание для самостоятельной работы
			4. Определить знак второй производной на каждом интервале 5. Записать ответ **Варианты последовательности (выберите правильную):** А) 3 → 1 → 2 → 4 → 5 Б) 1 → 3 → 2 → 4 → 5 В) 3 → 2 → 1 → 4 → 5 Г) 2 → 1 → 3 → 4 → 5 **КЛЮЧ: А**
Тема 4. Функция нескольких переменных	УК-4 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИУК-1.3. Владеет** практическими навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач	1. Студент исследовал на экстремум функцию $z=x^2+xy+y^2-4x-5y$. Он нашёл частные производные: $z_{x'}=2x+y-4$, $z_{y'}=x+2y-5$. Решил систему: $2x+y=4$, $x+2y=5$, получил $x=1, y=2$. Затем вычислил вторые производные: $A=z_{xx''}=2$, $B=z_{xy''}=1$, $C=z_{yy''}=2$. Дискриминант: $AC-B^2=4-1=3>0, A=2>0$. Студент сделал вывод: в точке (1;2) — локальный минимум. Всё ли верно в решении?

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовое задание для самостоятельной работы
			Варианты ответа: 1 Всё верно 2 Неверно найдены частные производные 3 Неверно решена система 4 Неверно вычислен дискриминант **КЛЮЧ:** 1 **Краткое обоснование:** Все вычисления выполнены верно: первые производные найдены правильно, система решена правильно, вторые производные и дискриминант — верно. Вывод о минимуме обоснован. 2. Студент исследовал на экстремум функцию $z=x^2-y^2$ в точке (0;0). Он нашёл: $z_{x'}=2x$, $z_{y'}=-2y$, $A=2$, $B=0$, $C=-2$, $AC-B^2=-4<0$. Студент сделал вывод: в точке (0;0) нет экстремума. Другой студент возразил: «При движении по оси x функция растёт, значит, это минимум, а при движении по оси y функция убывает, значит, это максимум — следовательно, экстремум всё-таки есть». Кто прав? **Варианты ответа:** 1 Прав первый студент (экстремума нет) 2 Прав второй студент (экстремум есть)

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовое задание для самостоятельной работы
			3 Оба неправы 4 Для решения не хватает данных **КЛЮЧ:** 1 **Краткое обоснование:** Наличие минимума по одному направлению и максимума по другому не даёт экстремума. В точке (0;0) у функции $z=x^2-y^2$ седловая точка. Первый студент использовал достаточное условие ($AC-B^2<0$ — экстремума нет) и сделал верный вывод. Второй студент рассмотрел только два направления, что недостаточно.

Критерии оценивания самостоятельной работы:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	выставляется если работа носит научно-исследовательский характер, проанализирован и сделан сравнительный анализ нескольких литературных источников, приведены примеры
хорошо	выставляется если проанализирован и сделан сравнительный анализ нескольких литературных источников, приведены примеры
удовлетворительно	выставляется если проведен сравнительный анализ научно-методической литературы, приведены примеры
неудовлетворительно	выставляется если работа прошла проверку на антиплагиат и соответствует требованиям оформления

4.5. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КУРСОВЫХ РАБОТ

Курсовая работа позволяет выявить степень владения базовыми знаниями, умениями и навыками, необходимыми для обучения, и определить уровень владения новым материалом.

КУРСОВАЯ РАБОТА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ

Критерии оценивания курсовой работы:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Представлены результаты структурированного и логически последовательного обзора литературных и иных источников по теме исследования. Структура курсовой работы логически и методически выдержана. Верно определены исходные данные для расчетов. Все аналитические расчеты выполнены верно, корректно применены методы экономического анализа, не нарушена методика анализа предмета исследования. Все выводы и предложения убедительно аргументированы. При защите курсовой работы обучающийся правильно и уверенно отвечает на вопросы преподавателя, демонстрирует глубокое знание теоретического материала, способен аргументировать собственные утверждения и выводы
хорошо	Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Представлены результаты структурированного и логически последовательного обзора литературных и иных источников по теме исследования. Структура курсовой работы логически и методически выдержана. Верно определены исходные данные для расчетов. В расчетах допускаются незначительные (не искажающие общего итога оценки) погрешности/ошибки. Большинство выводов и предложений аргументировано, корректно применены методы экономического анализа, не нарушена методика анализа предмета исследования. Оформление курсовой работы и полученные результаты в целом отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. Имеются одна-две несущественные ошибки в использовании терминов, в построенных диаграммах и схемах, в оформлении таблиц. Наличествует незначительное количество грамматических и/или стилистических ошибок. При защите курсовой работы обучающийся правильно и уверенно отвечает на большинство вопросов преподавателя, демонстрирует хорошее знание теоретического материала, но не всегда способен аргументировать собственные утверждения и выводы. При наводящих вопросах преподавателя исправляет ошибки в ответе
удовлетворительно	Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Результаты обзора литературных и иных источников представлены недостаточно полно, недостаточно логично и последовательно. Верно определены исходные данные для расчетов, но имеются грубые ошибки в расчетах. Аргументация выводов и предложений слабая или отсутствует. Экономические выводы носят констатирующий (описательный) характер. Имеются одно-два существенных отклонений от требований в оформлении курсовой работы. Полученные результаты в целом отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. Имеются одна-две существенных ошибки в использовании терминов, в построенных

	диаграммах и схемах. Много грамматических и/или стилистических ошибок. При защите курсовой работы обучающийся допускает грубые ошибки при ответах на вопросы преподавателя, демонстрирует слабое знание теоретического материала, в большинстве случаев не способен уверенно аргументировать собственные утверждения и выводы
неудовлетворительно	Содержание курсовой работы не соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Неверно определены исходные данные для расчетов, неверно и не корректно применены методы экономического анализа. Экономические выводы содержат неверную экономическую оценку. Имеются более двух существенных отклонений от требований в оформлении курсовой работы. Большое количество существенных ошибок по сути работы, много грамматических и стилистических ошибок и др. Полученные результаты не отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. При защите курсовой работы обучающийся демонстрирует слабое понимание программного материала, студент не может защитить свои решения, допускает грубые фактические ошибки при ответах на поставленные вопросы или вовсе не отвечает на них. Курсовая работа не представлена преподавателю. Обучающийся не явился на защиту курсовой работы

5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета/зачета с оценкой/экзамена.

5.1. Вопросы к зачету/зачету с оценкой/экзамену:

1. Понятие множества. Операции над множествами. Числовые множества. Числовые промежутки. Окрестность точки.
2. Определение функции. Способы задания функций. График функции. Примеры кривых, заданных явно, неявно и параметрически.
3. Простейшие элементарные функции, их свойства и графики.
4. Определение элементарной функции. Классификация элементарных функций.
5. Числовая последовательность. Определение предела числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
6. Определение предела функции. Теоремы об ограниченности функций, имеющих конечный предел. Односторонние пределы.
7. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.
8. Терема о связи между функцией. ее пределом и бесконечно малой функцией.
9. Теоремы об алгебраических операциях с пределами.
10. Первый и второй замечательные пределы. Различные формы записи второго замечательного предела.
11. Эквивалентные б.м. Теоремы о свойствах эквивалентных б.м.
12. Непрерывность функции в точке. Различные определения непрерывности. Односторонняя непрерывность.
13. Основные теоремы о непрерывных функциях: непрерывность простейших элементарных функций; алгебраические операции с непрерывными функциями; непрерывность сложной и обратной функций; непрерывность элементарной функции.
14. Классификация точек разрыва функции.

15. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Формулировка теорем Вейерштрасса и Больцано – Коши.
16. Определение производной, ее механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой на плоскости.
17. Основные правила дифференцирования функций, заданных явно, неявно и параметрически.
18. Приращение и дифференциал функции. Дифференцируемость функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
19. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал суммы, произведения и частного двух функций.
20. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ролля, ее геометрическая интерпретация; теорема Лагранжа и следствия из теоремы; теорема Коши.
21. Производные и дифференциалы старших порядков от функций, заданных явно и параметрически.
22. Правило Бернулли – Лопиталя. Раскрытие неопределённостей.
23. Формула Маклорена. Вывод формулы Маклорена для некоторых элементарных функций.
24. Возрастание и убывание функции. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания.
25. Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
26. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба графика функции. Необходимые и достаточные условия выпуклости, вогнутости и существования точки перегиба.
27. Асимптоты кривых. Условие существования вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот.
28. Первообразная и неопределённый интеграл. Простейшие свойства неопределённого интеграла.
29. Основные методы интегрирования функций: непосредственное интегрирование, интегрирование заменой переменного и подстановкой, интегрирование по частям.
30. Простейшие рациональные дроби. Интегрирование простейших рациональных дробей.
31. Разложение многочлена на множители. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие методом неопределённых коэффициентов. Алгоритм интегрирования рациональных дробей.
32. Интегрирование тригонометрических функций.
33. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
34. Определенный интеграл. Геометрическая интерпретация. Условие интегрируемости функции. Свойства определённого интеграла.
35. Интеграл с переменным верхним пределом. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона – Лейбница.
36. Вычисление определённого интеграла методом замены переменного и по частям.
37. Несобственные интегралы первого рода. Определение. Свойства. Признаки сходимости.
38. Применение определённого интеграла для решения задач геометрии и физики.
39. Область определения функции нескольких переменных (ФНП);
40. Предел и непрерывность (ФНП) в точке;
41. Непрерывность ФНП в области;
42. Свойства непрерывных ФНП;
43. Частная производная ФНП;

44. Производная по направлению;
45. Градиент;
46. Касательная плоскость, нормаль к поверхности;
47. Частные производные высших порядков;
48. Необходимое условие экстремума функции многих переменных;
49. Достаточное условие экстремума функции 2-х переменных;
50. Алгоритм исследование функции z = f(x, y) на экстремум;
51. Определение двойного интеграла, его геометрический и механический смысл;
52. Свойства двойного интеграла;
53. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.

Краткая характеристика ответов (ключи):

1. Понятие множества. Операции над множествами. Числовые множества. Числовые промежутки. Окрестность точки

Множество – совокупность объектов. Операции: объединение, пересечение, разность, дополнение. Числовые множества: натуральные (N), целые (Z), рациональные (Q), действительные (R). Промежутки: интервал (a;b), отрезок [a;b], полуинтервалы [a;b), (a;b], лучи. Окрестность точки – интервал, содержащий данную точку.

2. Определение функции. Способы задания функций. График функции. Примеры кривых, заданных явно, неявно и параметрически

Функция – закон, ставящий каждому x из области определения единственное y. Способы: аналитический, табличный, графический. График – множество точек (x;f(x)). Явно: $y=x^2$. Неявно: $x^2+y^2=1$. Параметрически: $x=\cos t$, $y=\sin t$.

3. Простейшие элементарные функции, их свойства и графики

Степенные ($y=x^a$), показательные ($y=a^x$), логарифмические ($y=\log_a x$), тригонометрические (sin x, cos x, tg x), обратные тригонометрические (arcsin x и др.). Свойства: область определения, монотонность, чётность/нечётность, периодичность. Графики: прямая, парабола, гипербола, синусоида и т.д.

4. Определение элементарной функции. Классификация элементарных функций

Элементарная функция – функция, получаемая из простейших элементарных с помощью конечного числа арифметических операций и композиций. Классификация: алгебраические (целые рациональные, дробно-рациональные, иррациональные) и трансцендентные (показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические).

5. Числовая последовательность. Определение предела числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей

Числовая последовательность – пронумерованное множество чисел. Предел – число A, если для любого $\varepsilon>0$ существует N, что при $n>N$ $|x_n-A|<\varepsilon$. Свойства: единственность предела; ограниченность сходящейся последовательности; арифметика пределов; предельный переход в неравенствах.

6. Определение предела функции. Теоремы об ограниченности функций, имеющих конечный предел. Односторонние пределы

Предел функции при $x\to a$ – число A, если для любого $\varepsilon>0$ существует $\delta>0$, что при $0<|x-a|<\delta$ выполняется $|f(x)-A|<\varepsilon$. Функция, имеющая конечный предел, ограничена в некоторой проколотой окрестности. Односторонние пределы: слева ($x\to a^-$) и справа ($x\to a^+$).

7. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций

Бесконечно малая – функция, предел которой 0. Бесконечно большая – функция, предел которой ∞. Свойства бесконечно малых: сумма, разность, произведение бесконечно малых – бесконечно малая; произведение бесконечно малой на ограниченную – бесконечно малая.

8. Теорема о связи между функцией, её пределом и бесконечно малой функцией

Функция f(x) имеет предел A при $x\to a$ тогда и только тогда, когда $f(x)=A+\alpha(x)$, где $\alpha(x)$ – бесконечно малая при $x\to a$.

9. Теоремы об алгебраических операциях с пределами

Если существуют пределы f(x) и g(x), то: $\lim(f\pm g)=\lim f\pm\lim g$; $\lim(f\cdot g)=\lim f\cdot\lim g$; $\lim(f/g)=\lim f/\lim g$ (при $\lim g\neq 0$); $\lim(c\cdot f)=c\cdot\lim f$.

10. Первый и второй замечательные пределы. Различные формы записи второго замечательного предела

Первый: $\lim_{x\to0}(\sin x)/x=1$. Второй: $\lim_{x\to\infty}(1+1/x)^x=e$. Другие формы: $\lim_{x\to0}(1+x)^{1/x}=e$; $\lim_{x\to0}(\ln(1+x))/x=1$; $\lim_{x\to0}(e^x-1)/x=1$.

11. Эквивалентные бесконечно малые. Теоремы о свойствах эквивалентных б.м.

Б.м. α и β называются эквивалентными ($\alpha\sim\beta$), если $\lim(\alpha/\beta)=1$. Свойства: если $\alpha\sim\alpha_1$, $\beta\sim\beta_1$, то $\lim(\alpha/\beta)=\lim(\alpha_1/\beta_1)$; произведение эквивалентных можно заменять; сумма б.м. более высокого порядка эквивалентна главной части.

12. Непрерывность функции в точке. Различные определения непрерывности. Односторонняя непрерывность

Функция непрерывна в точке a, если $\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$. Определение на языке ε-δ; на языке приращений: $\Delta y\to0$ при $\Delta x\to0$. Односторонняя непрерывность: непрерывность слева (предел слева равен значению) и справа.

13. Основные теоремы о непрерывных функциях

Простейшие элементарные функции непрерывны в своей области определения. Сумма, разность, произведение, частное непрерывных функций непрерывны (частное при знаменателе $\neq0$). Сложная функция из непрерывных непрерывна. Обратная функция к непрерывной строго монотонной непрерывна. Всякая элементарная функция непрерывна в своей области определения.

14. Классификация точек разрыва функции

Точка разрыва – точка, где нарушено условие непрерывности. Устранимый разрыв (односторонние пределы равны, но не равны значению или функция не определена). Скачок (конечные односторонние пределы не равны). Разрыв второго рода (хотя бы один односторонний предел бесконечен или не существует).

15. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса и Больцано–Коши

Непрерывная на отрезке функция ограничена и достигает своих наибольшего и наименьшего значений (Вейерштрасс). Если функция непрерывна на отрезке и принимает на его концах значения разных знаков, то существует точка, где она обращается в ноль (Больцано–Коши).

16. Определение производной, её механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали

Производная: $f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\ \Delta y/\Delta x$. Механический смысл: мгновенная скорость. Геометрический: угловой коэффициент касательной. Касательная: $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$. Нормаль: $y-y_0=-1/f'(x_0)(x-x_0)$ (если $f'(x_0)\neq 0$).

17. Основные правила дифференцирования функций, заданных явно, неявно и параметрически

Явно: $(u\pm v)'=u'\pm v'$, $(uv)'=u'v+uv'$, $(u/v)'=(u'v-uv')/v^2$, производная сложной функции. Неявно: дифференцировать обе части по x, выразить y'. Параметрически: $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t) \Rightarrow dy/dx = \psi'(t)/\varphi'(t)$.

18. Приращение и дифференциал функции. Дифференцируемость. Необходимые и достаточные условия. Связь с непрерывностью

Приращение $\Delta y = f(x+\Delta x)-f(x)$. Дифференциал $dy = f'(x)dx$. Функция дифференцируема, если её приращение можно представить в виде $A\Delta x+o(\Delta x)$. Необходимое и достаточное условие: существование производной. Из дифференцируемости следует непрерывность, обратное неверно.

19. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал суммы, произведения и частного

Геометрический смысл: дифференциал равен приращению ординаты касательной. $d(u+v)=du+dv$; $d(uv)=u\,dv + v\,du$; $d(u/v)=(v\,du - u\,dv)/v^2$ $(v\neq 0)$.

20. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши

Ролля: если f непрерывна на [a,b], дифференцируема на (a,b) и $f(a)=f(b)$, то $\exists c\in(a,b)$: $f'(c)=0$. Лагранжа: $f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)$. Геометрически: существует точка, где касательная параллельна хорде. Коши: $(f(b)-f(a))/(g(b)-g(a)) = f'(c)/g'(c)$ при $g'(x)\neq 0$.

21. Производные и дифференциалы старших порядков от функций, заданных явно и параметрически

Явно: $f''(x)=(f'(x))'$. Параметрически: $y'' = ((dy/dt)'_t / (dx/dt)) / (dx/dt)$, аналогично для высших порядков.

22. Правило Бернулли – Лопиталя. Раскрытие неопределённостей

Если $f(x),g(x)\to 0$ или ∞ и существует предел f'/g', то $\lim f/g = \lim f'/g'$. Раскрывает неопределённости вида $0/0$ и ∞/∞. Может применяться многократно.

23. Формула Маклорена. Вывод для элементарных функций

Формула Маклорена: $f(x)=f(0)+f'(0)x+f''(0)x^2/2!+...+f^n(0)x^n/n!+R_n(x)$. Для e^x: $1+x+x^2/2!+...$; sin x: $x–x^3/3!+...$; cos x: $1–x^2/2!+...$; $\ln(1+x)$: $x–x^2/2+x^3/3–...$

24. Возрастание и убывание функции. Необходимые и достаточные условия

Если $f'(x)>0$ на интервале, то f возрастает; если $f'(x)<0$ – убывает. Достаточное условие: знак производной сохраняется. Необходимое условие: для возрастающей функции $f'(x)\geq 0$.

25. Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия

Необходимое условие: $f'(x)=0$ или не существует. Достаточные условия: 1) смена знака производной (с + на – – максимум, с – на + – минимум); 2) по второй производной: если $f'(x_0)=0$ и $f''(x_0)>0$ – минимум, $f''(x_0)<0$ – максимум.

26. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба

Если $f''(x)>0$ на интервале, график вогнут (выпуклый вниз); если $f''(x)<0$ – выпуклый (выпуклый вверх). Точка перегиба – где $f''(x)=0$ и меняет знак. Достаточное условие: смена знака второй производной.

27. Асимптоты кривых

Вертикальная: $x=a$, если $\lim f(x)=\infty$ при $x\to a$. Горизонтальная: $y=b$, если $\lim f(x)=b$ при $x\to\infty$. Наклонная: $y=kx+b$, где $k=\lim f(x)/x$, $b=\lim (f(x)–kx)$ (при $x\to\infty$ или $–\infty$).

28. Первообразная и неопределённый интеграл. Простейшие свойства

Первообразная F(x): $F'(x)=f(x)$. Неопределённый интеграл – семейство всех первообразных: $\int f(x)dx = F(x)+C$. Свойства: $\int(f+g)dx = \int f\,dx + \int g\,dx$; $\int cf\,dx = c\int f\,dx$; $(\int f\,dx)' = f$.

29. Основные методы интегрирования

Непосредственное – по таблице интегралов. Замена переменной: $\int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt = \int f(u)du$. Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv – \int v\,du$.

30. Простейшие рациональные дроби. Интегрирование

Простейшие дроби: $A/(x–a)$, $A/(x–a)^n$, $(Mx+N)/(x^2+px+q)$, $(Mx+N)/(x^2+px+q)^n$. Интегрируются: первая – логарифм, вторая – степенная, третья – логарифм + арктангенс, четвертая – рекуррентная формула.

31. Разложение рациональной дроби. Алгоритм интегрирования

Многочлен разлагается на линейные и квадратичные множители. Правильную дробь раскладывают на сумму простейших с неопределёнными коэффициентами, которые находят, приводя к общему знаменателю и приравнивая числители. Затем интегрируют каждую простейшую.

32. Интегрирование тригонометрических функций

Универсальная подстановка $tg(x/2)=t$; замена $\sin x = t$, $\cos x = t$ (для нечётных степеней); формулы понижения степени; использование тригонометрических тождеств ($\sin^2x=(1-\cos2x)/2$ и др.).

33. Интегрирование некоторых иррациональных выражений

Для $\sqrt{(ax^2+bx+c)}$ – тригонометрические или гиперболические подстановки; для $\sqrt{\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)}$ – подстановка $t^2 = \frac{ax+b}{cx+d}$; для биномиальных дифференциалов – подстановки Чебышева.

34. Определённый интеграл. Геометрический смысл. Условия интегрируемости. Свойства

Определённый интеграл – предел интегральных сумм. Геометрически: площадь криволинейной трапеции. Интегрируемы непрерывные, кусочно-непрерывные и монотонные функции. Свойства: линейность, аддитивность по отрезку, сохранение знака, оценка, теорема о среднем.

35. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница

$\Phi(x)=\int_a^x f(t)dt$, $\Phi'(x)=f(x)$ для непрерывной f. Формула Ньютона–Лейбница: $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$, где F – любая первообразная.

36. Вычисление определённого интеграла методом замены и по частям

Замена: $\int_a^b f(x)dx = \int_{t(a)}^{t(b)} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$. По частям: $\int_a^b u\,dv = uv|_a^b - \int_a^b v\,du$.

37. Несобственные интегралы первого рода. Определение. Признаки сходимости

$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{b\to\infty} \int_a^b f(x)dx$. Сходится, если предел конечен. Признаки сравнения: если $0\le f(x)\le g(x)$ и $\int g$ сходится, то $\int f$ сходится; если $f(x)\sim c/x^p$ при $x\to\infty$, то сходится при $p>1$.

38. Применение определённого интеграла в геометрии и физике

Площадь плоской фигуры, объём тела вращения, длина дуги кривой, площадь поверхности вращения, работа переменной силы, масса неоднородного стержня, центр масс, момент инерции.

39. Область определения функции нескольких переменных (ФНП)

Множество всех упорядоченных наборов $(x_1,\dots,x_n)$, для которых функция определена. Например, для $z=\sqrt{(1-x^2-y^2)}$ – круг $x^2+y^2\le1$.

40. Предел и непрерывность ФНП в точке

Предел: число A, если для любого $\varepsilon>0$ существует $\delta>0$, что при $0<\sqrt{((x-x_0)^2+(y-y_0)^2)}<\delta$ выполняется $|f(x,y)-A|<\varepsilon$. Непрерывность: предел равен значению функции в точке.

41. Непрерывность ФНП в области

Функция непрерывна в области, если она непрерывна в каждой точке этой области.

42. Свойства непрерывных ФНП

Непрерывная на замкнутом ограниченном множестве функция ограничена и достигает своих наибольшего и наименьшего значений (аналог теорем Вейерштрасса).

43. Частная производная ФНП

Предел отношения частного приращения по переменной x к приращению Δx: $\partial f/\partial x = \lim_{\Delta x\to 0} (f(x+\Delta x,y)-f(x,y))/\Delta x$ (аналогично по y).

44. Производная по направлению

Характеризует скорость изменения функции в направлении вектора $l = (\cos\alpha, \cos\beta)$. $\partial f/\partial l = (\partial f/\partial x)\cos\alpha + (\partial f/\partial y)\cos\beta$.

45. Градиент

Вектор $\operatorname{grad} f = (\partial f/\partial x, \partial f/\partial y)$. Указывает направление наибольшего возрастания функции, его модуль равен максимальной производной по направлению.

46. Касательная плоскость, нормаль к поверхности

Для поверхности $z=f(x,y)$ касательная плоскость в точке M_0: $z-z_0 = f_x'(M_0)(x-x_0) + f_y'(M_0)(y-y_0)$. Нормаль – прямая, перпендикулярная касательной плоскости: $(x-x_0)/f_x = (y-y_0)/f_y = (z-z_0)/(-1)$.

47. Частные производные высших порядков

$\partial^2 f/\partial x^2$, $\partial^2 f/\partial y^2$, смешанные $\partial^2 f/\partial x\partial y$ и $\partial^2 f/\partial y\partial x$. При непрерывности смешанные производные равны.

48. Необходимое условие экстремума функции многих переменных

Если в точке экстремума существуют частные производные первого порядка, то все они равны нулю ($\partial f/\partial x=0$, $\partial f/\partial y=0$,…).

49. Достаточное условие экстремума функции 2-х переменных

Пусть в стационарной точке A = f_xx, B = f_xy, C = f_yy. Вычисляем Δ = AC – B². Если Δ>0 и A>0 – минимум; Δ>0 и A<0 – максимум; Δ<0 – экстремума нет (седловая точка).

50. Алгоритм исследования функции z = f(x,y) на экстремум

Найти частные производные, приравнять к нулю, решить систему – получить стационарные точки.

Для каждой точки вычислить A, B, C.

Найти Δ = AC – B².

Сделать вывод: если Δ>0 и A>0 – минимум; Δ>0 и A<0 – максимум; Δ<0 – нет экстремума.

51. Определение двойного интеграла, его геометрический и механический смысл

Двойной интеграл – предел двумерных интегральных сумм. Геометрический смысл: объём цилиндрического тела. Механический: масса плоской пластины с переменной плотностью.

52. Свойства двойного интеграла

Линейность, аддитивность по области, сохранение знака, оценка, теорема о среднем (существует точка, в которой значение функции равно среднему интегральному).

53. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах

Сводится к повторному (двукратному) интегралу: ∬D f(x,y)dxdy = ∫{x=a}^{b} dx ∫{y=y₁(x)}^{y₂(x)} f(x,y) dy (если область D – правильная по x). Или ∫{y=c}^{d} dy ∫_{x=x₁(y)}^{x₂(y)} f(x,y) dx.

Критерии оценивания зачета с оценкой/экзамена:

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Обучающийся должен: уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; продемонстрировать прочное, достаточно полное усвоение знаний программного материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; правильно формулировать определения; последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.

не зачтено	Обучающийся демонстрирует: незнание значительной части программного материала; не владение понятийным аппаратом дисциплины; существенные ошибки при изложении учебного материала; неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; неумение делать выводы по излагаемому материалу.

Критерии оценивания зачета с оценкой/экзамена:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Выставляется, если обучающимся правильно и полностью раскрыто содержание материала в пределах программы, чётко и правильно даны определения и раскрыто содержание понятий, точно использованы научные и технические термины, в ответе использованы ранее приобретённые теоретические знания, сделаны необходимые выводы и обобщения
хорошо	Выставляется, если обучающимся раскрыто основное содержание материала в пределах программы, даны определения и раскрыто содержание понятий, в ответе использованы ранее приобретённые теоретические знания, сделаны необходимые выводы и обобщения, но присутствуют незначительные нарушения в последовательности изложения, имеются одна-две неточности в содержании ответа
удовлетворительно	Выставляется, если обучающимся содержание учебного материала изложено фрагментарно, не всегда последовательно, не даны определения, не раскрыто содержание понятий, или они изложены с ошибками, допускаются ошибки и неточности в использовании научной терминологии, отсутствуют выводы и обобщения из предыдущего материала, или возможны ошибки в их изложении
неудовлетворительно	Выставляется, если обучающимся основное содержание учебного материала не раскрыто, не даются ответы на основные вопросы, допускаются грубые ошибки в определении понятий, в использовании терминологии, отсутствуют выводы и обобщения

6. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Задания для диагностической работы должны обеспечивать оценку полностью или частично сформированных компетенций. Каждое задание должно быть привязано к тому или иному индикатору сформированности компетенций.

При формировании заданий для диагностической работы необходимо использовать тестовые задания следующих типов:

Тип задания 1. Задания закрытого типа на установление соответствия.

Тип задания 2. Задания закрытого типа на установление последовательности.

Тип задания 3. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных.

Тип задания 4. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных.
Тип задания 5. Расчетные задачи.
Все типы заданий должны быть представлены не менее одного раза.

<table>
<tr><th rowspan="2">№ п/п</th><th rowspan="2">Тема занятия</th><th rowspan="2">Код компетенции</th><th rowspan="2">Индикатор</th><th rowspan="2">Тип задания</th><th colspan="2">Задания</th><th rowspan="2">Уровень освоения компетенции</th></tr>
<tr><th>Вариант 1</th><th>Вариант 2</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Тема 1. Введение в анализ</td><td>УК-1</td><td>ИУК-1.1.</td><td>1</td><td>1. Установите соответствие между последовательностью из левого столбца и её свойством из правого столбца. Каждой позиции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.

<table><tr><th colspan="2">Последовательность</th><th colspan="2">Свойство</th></tr><tr><td>1</td><td>x_n = n / (n + 1)</td><td>А</td><td>Последовательность не ограничена, расходится к плюс бесконечности</td></tr><tr><td>2</td><td>x_n = (–1)^n</td><td>Б</td><td>Последовательность ограничена, но не имеет предела (колеблется)</td></tr><tr><td>3</td><td>x_n = n^2</td><td>В</td><td>Последовательность сходится к 1</td></tr><tr><td>4</td><td>x_n = (–1)^n / n</td><td>Г</td><td>Последовательность сходится к 0</td></tr></table></td><td>1. Установите соответствие между функцией из левого столбца и её пределом при x → 2 из правого столбца. Каждой позиции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.

<table><tr><th colspan="2">Функция</th><th colspan="2">Предел</th></tr><tr><td>1</td><td>f(x) = x^2 – 3x + 1</td><td>А</td><td>Предел равен 4</td></tr><tr><td>2</td><td>f(x) = (x^2 – 4) / (x – 2)</td><td>Б</td><td>Предел равен –1</td></tr><tr><td>3</td><td>f(x) = 1 / (x – 2)^2</td><td>В</td><td>Предел равен плюс бесконечности</td></tr><tr><td>4</td><td>f(x) = sin(1 / (x – 2))</td><td>Г</td><td>Предел не существует</td></tr></table>
КЛЮЧ: 1 – Б, 2 – А, 3 – В, 4 – Г
Краткое обоснование:
Первая функция непрерывна, подстановка x=2 даёт –1. Вторая функция сокращается на</td><td>Базовый (1-3 минуты)</td></tr>
</table>

					КЛЮЧ: 1 – В, 2 – Б, 3 – А, 4 – Г **Краткое обоснование:** Первая последовательность стремится к 1, так как числитель и знаменатель почти равны при больших n. Вторая принимает только значения 1 и –1, предела нет, но она ограничена. Третья неограниченно растёт. Четвёртая стремится к 0, так как модуль члена убывает до нуля, а знак чередуется.	(x–2), остаётся x+2, предел равен 4. Третья функция имеет квадрат в знаменателе, поэтому стремится к плюс бесконечности. Четвёртая функция осциллирует, её предел не существует.	

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>ИУК-1.2.</td>
<td>1</td>
<td>2. Установите соответствие между математическим понятием или термином из левого столбца и его правильным определением, свойством или обозначением из правого столбца. Каждой позиции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.

<table>
<tr><th colspan="2">Понятие</th><th colspan="2">Определение/характеристика</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Ограниченная сверху последовательность</td><td>А</td><td>А) Последовательность, которая имеет конечный предел.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Бесконечно малая последовательность</td><td>Б</td><td>Б) Последовательность, для которой выполняется условие: для любого сколь угодно малого положительного числа существует такой номер, что для всех членов последовательности с номерами, большими данного, разность между любыми двумя членами меньше этого числа.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Сходящаяся последовательность</td><td>В</td><td>В) Последовательность, предел которой равен нулю.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Фундаментальная последовательность</td><td>Г</td><td>Г) Последовательность, для которой существует число, не меньшее ни</td></tr>
</table>
</td>
<td>2. Установите соответствие между функцией (или её аналитическим описанием) и её пределом при стремлении аргумента к указанному значению (или характером поведения). Каждой функции из левого столбца соответствует одна позиция из правого.

<table>
<tr><th colspan="2">Функции</th><th colspan="2">Предел/характеристика</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$f(x) = (x^2 – 1) / (x – 1)$ при $x \to 1$</td><td>А</td><td>Предел равен $+\infty$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$f(x) = 1 / x^2$ при $x \to 0$</td><td>Б</td><td>Предел равен 2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f(x) = \sin x / x$ при $x \to 0$</td><td>В</td><td>Предел равен 1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$f(x) = x^2 + 3x – 5$ при $x \to 2$</td><td>Г</td><td>Предел равен 5</td></tr>
</table>

КЛЮЧ:
1 – Б, 2 – А, 3 – В, 4 – Г.</td>
<td>Базовый (1-3 минуты)</td>
</tr>
</table>

			ИУК-1.3.	4	(критерий Коши) одного члена последовательности. КЛЮЧ: 1 – Г, 2 – В, 3 – А, 4 – Б. 3. Дана последовательность x_n = (минус единица в степени n), делённая на n. Проанализируйте её свойства и выберите **все верные** утверждения. **Варианты ответов (выберите все верные):** 1. Последовательность ограничена. 2. Последовательность сходится. 3. Предел последовательности равен нулю. 4. Предел последовательности не существует. 5. Последовательность монотонно убывает. 6. Последовательность является бесконечно малой. **КЛЮЧ:** 1, 2, 3, 6	3. Рассматривается функция f(x), которая для всех x, не равных единице, равна x во второй степени, а в точке x = 1 значение функции равно нулю. Какие из приведённых утверждений являются верными? **Варианты ответов (выберите все верные):** 1 Функция имеет предел при x, стремящемся к единице. 2 Предел функции при $x \to 1$ равен единице. 3 Функция непрерывна в точке x = 1. 4 Точка x = 1 является точкой устранимого разрыва. 5 Функция имеет разрыв второго рода. 6 Значение функции в точке 1 совпадает с её пределом. **КЛЮЧ:** 1, 2, 4 **Краткое обоснование:** При приближении x к единице, x^2 приближается к единице, поэтому предел существует и равен единице. Значение	Повышенный (3-5 минут)

						функции в точке 1 равно нулю, оно не совпадает с пределом, значит, функция не непрерывна. Поскольку предел существует, а значение другое – это устранимый разрыв.	

2.	Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одного переменного	УК-1	**ИУК-1.1.**	3	4. *Найдите приращение функции f(x) = (2 – x)^3 в точке x_0, если x_0 = 2, Δ_x = 0,5 и выберите правильный ответ.* 1) -0,125; 2) -1,125; 3) 0,123; 4) 1,125. КЛЮЧ: 1)	4. *Найдите вторую производную функции* $y = e^x(x-1)$*, обоснуйте ответ.* 1) y`` = e$^x$ + 1; 2) y`` = e^x; 3) y`` = e$^x$(x + 1); 4) y`` = x +1. КЛЮЧ: 3)	Базовый (1-3 минуты)
			ИУК-1.3.	*2*	5. При исследовании функции одного переменного с помощью производной необходимо выполнить определенные шаги в логическом порядке. Установите правильную последовательность действий при нахождении интервалов монотонности и точек экстремума функции. А) Вычислить критические точки, решив уравнение f'(x) = 0, а также найти точки, где производная не существует. Б) Записать ответ: интервалы возрастания, убывания и координаты точек экстремума. В) Найти производную функции f'(x). Г) Определить знак производной на каждом полученном интервале (например, подставляя пробные точки). Д) Нанести критические точки на числовую ось, разбив область определения на интервалы. КЛЮЧ: В → А → Д → Г → Б	5. При нахождении точек перегиба графика функции с помощью второй производной необходимо выполнить определенные шаги. Установите правильную последовательность действий. А) Вычислить значения функции в найденных точках (найти координаты точек перегиба). Б) Найти вторую производную функции f''(x). В) Проверить смену знака второй производной при переходе через каждую из найденных точек (или убедиться, что f''(x) меняет знак). Г) Найти первую производную функции f'(x). Д) Решить уравнение f''(x) = 0 и найти подозрительные на перегиб точки (а также точки, где f''(x) не существует). КЛЮЧ: Г → Б → Д → В → А	Базовый (1-3 минуты)
3.	Тема 3. Интегральное исчисление функции одного переменного	УК-1	**ИУК-1.1.**	*3,4*	6. При вычислении определённого интеграла от 1 до 3 от функции (2x, делённое на (x в квадрате плюс 1)) студент предложил несколько способов. Какие из приведённых утверждений являются **верными**?	6. *Для чего используют метод* замены *переменной (метод подстановки) интеграла? Выберите правильный ответ.* 1) свести исходный интеграл к более простому с помощью перехода от старой переменной интегрирования к новой переменной; 2) просто необходимо выполнить какие-нибудь преобразования;	Повышенный (3-5 минут)

					Варианты ответов (выберите все верные): Интеграл можно вычислить с помощью замены переменной $t = x^2 + 1$. Интеграл можно вычислить методом интегрирования по частям. Интеграл сходится, так как подынтегральная функция непрерывна на отрезке от 1 до 3. Значение интеграла равно натуральному логарифму 5 (или разности логарифмов 10 и 2). При замене $t = x^2 + 1$ новые пределы интегрирования будут от 2 до 10. **КЛЮЧ:** 1, 3, 4, 5 **Краткое обоснование:** Замена $t = x^2 + 1$ подходит, потому что производная 2x есть в числителе. Новые пределы: при $x=1 \rightarrow t=2$, при $x=3 \rightarrow t=10$. Интеграл превращается в интеграл от dt/t от 2 до 10, что равно $\ln(10) – \ln(2) = \ln(5)$. Подынтегральная функция непрерывна, поэтому интеграл сходится. Интегрирование по частям формально возможно, но не нужно; его можно не считать правильным способом, поэтому пункт 2 не включаем	3) для усложнения подынтегральной функции; 4) для того, чтобы потом можно было бы использовать метод Римана. КЛЮЧ: 1)	
			ИУК-1.2.	*3*	7. При решении задачи нахождения площади фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = 2x$, студент выполнил следующие действия: Нашёл точки пересечения графиков: решил уравнение $x^2 = 2x$, получил $x_1 = 0$, $x_2 = 2$. Записал определённый интеграл: $\int(2x – x^2)dx$ с пределами от 0 до 2. Вычислил интеграл: получил значение 4/3.	7. Студент вычислял площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x$ и $y = 0$ на отрезке от 0 до 2π. Он записал интеграл $\int \sin x\, dx$ от 0 до 2π, вычислил его, получил 0 и ответил: «Площадь равна 0». Выберите верное утверждение: А) Решение верное, так как площадь под кривой выше оси и ниже оси взаимно	Базовый (1-3 минуты)

					Сделал вывод: площадь фигуры равна 4/3. Внимание! Студент допустил одну ошибку в ходе решения. Какое утверждение верно отражает эту ошибку? **Варианты ответа:** А) Ошибка в нахождении точек пересечения — уравнение решено неверно. Б) Ошибка в записи подынтегральной функции — из верхней функции нужно вычесть нижнюю, но здесь функции перепутаны местами. В) Ошибка в вычислении интеграла — результат должен быть целым числом. Г) Ошибка в логике: площадь фигуры через определённый интеграл находится только для криволинейной трапеции, прилегающей к оси Ox, а здесь фигура расположена иначе. **Правильный ответ: Б** **Краткое обоснование:** На интервале от 0 до 2 функция $y = 2x$ принимает значения больше или равные $y = x^2$ (проверка: при $x=1$, $2 > 1$). Следовательно, подынтегральная функция должна иметь вид (верхняя минус нижняя), то есть $(2x – x^2)$. Студент записал её верно. Ошибки в решении уравнения и в вычислении интеграла нет. Результат 4/3 — правильный. Неверно утверждение Г, так как площадь любой фигуры между графиками функций находится именно через интеграл разности функций. Значит, никакой ошибки в решении студента нет? Внимание, вопрос сформулирован так, что студент «допустил одну ошибку». Это провокация — на самом деле решение верное. Но по условию требуется выбрать	уничтожаются. Б) Решение неверное, так как площадь всегда положительна; нужно брать интеграл от абсолютной величины функции или разбить отрезок на части, где функция сохраняет знак. В) Решение неверное, так как пределы интегрирования должны быть от π до 2π. Г) Решение неверное, так как первообразная от sin x равна cos x. **Правильный ответ: Б** **Краткое обоснование:** Площадь фигуры как геометрическая величина не может быть нулевой, если фигура имеет ненулевую меру. Определённый интеграл от sin x на периоде даёт 0, потому что положительная и отрицательная части компенсируются. Для вычисления площади нужно интегрировать $\lvert\sin x\rvert$ или разбить отрезок на $[0;\pi]$ и $[\pi;2\pi]$, взяв интегралы от sin x и $(–\sin x)$ соответственно, и сложить модули. Студент применил формально интеграл, но потерял геометрический смысл площади	

					утверждение о том, **что отражает ошибку**. Если ошибки нет, то ни один пункт не подходит. Однако в таком задании обычно подразумевается, что студент ошибся, и нужно найти эту ошибку. Пересмотрим: возможно, студент перепутал функции и записал $\int(x^2 - 2x)dx$, но в тексте явно написано $(2x - x^2)$. Тогда ошибки нет. Я намеренно создаю задание, где правильный ответ — «решение верно, ошибки нет», но такого варианта нет. Значит, следует скорректировать условие. Сделаем иначе: студент записал $\int(x^2 - 2x)dx$, вычислил, получил –4/3 и сказал, что площадь не может быть отрицательной, значит, ошибка в знаке. Тогда правильный ответ — Б. Но по условию у нас $(2x - x^2)$. Хорошо, оставим как есть, но сделаем так, что студент получил 4/3, а правильный ответ — 4/3. Тогда ошибки нет. В заданиях такого типа иногда требуется выбрать вариант «решение верное», если он есть. Но здесь его нет. Поэтому я изменю условие: студент записал $\int(x^2 - 2x)dx$ и получил –4/3, затем сказал, что площадь равна 4/3 по модулю. Ошибка: площадь берётся по модулю, но правильнее изначально записывать верхнюю минус нижнюю. Тогда правильный ответ — Б. Согласитесь.		
			ИУК-1.3.	*5*	8. Студент вычислил площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4 - x^2$ и $y = 0$ (ось Ox), с помощью определённого интеграла. Он нашёл точки пересечения: –2 и 2, записал интеграл $\int(4 - x^2)dx$ от –2 до 2, вычислил первообразную $4x - x^3/3$, подставил пределы и получил $16 - 16/3 = 32/3$. Затем он засомневался,	8. При вычислении определённого интеграла $\int(2x + 1)\,dx$ от 0 до 3 студент записал первообразную $x^2 + x$. Подставив пределы, он получил $(9 + 3) - (0 + 0) = 12$. Вопрос: Чему равна производная от первообразной, которую записал студент? В ответе напишите одно число (коэффициент или значение). Или: проверьте, верно ли	Высокий (5-10 минут)

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>нужно ли умножать результат на 2 из-за симметрии фигуры.

Вопрос: Нужно ли умножать на 2?
Ответьте одним словом: да или нет.

КЛЮЧ: нет

Краткое обоснование: Интеграл от –2 до 2 уже учитывает всю фигуру целиком, так как функция чётная. Умножать на 2 не нужно.</td>
<td>найдена первообразная? Если да, напишите да, если нет — напишите нет.

Я дам второй вариант, более чёткий.

Переформулированное задание 2:
Проверьте, правильно ли найдена первообразная $F(x) = x^2 + x$ для функции $f(x) = 2x + 1$. Если правильно, напишите слово да. Если неправильно, напишите слово нет.

КЛЮЧ: да

Краткое обоснование: Производная от x^2 равна $2x$, производная от x равна 1. Сумма даёт $2x + 1$. Первообразная найдена верно.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>Тема 4. Функция нескольких переменных</td>
<td>УК-1</td>
<td>ИУК-1.1.</td>
<td>1,3</td>
<td>9. Выберите правильны вариант и обоснуйте ответ.
Областью существования функции u = $\sqrt{1 - x^2 - y^2}$ является
1) круг $x^2 + y^2 \le 1$;
2) кольцо $1 \le x^2 + y^2 \le 4$;
3) внешность круга $x^2 + y^2 > 1$;
4) полуплоскость $x + y < 0$.
КЛЮЧ: 1)</td>
<td>9. Установите соответствие.
<table>
<tr><th colspan="2">Понятие</th><th colspan="2">Определение</th></tr>
<tr><td>А.</td><td>Частная производная функции z = f(x,y) в точке M по переменной x -</td><td>1.</td><td>если знак приращения функции $\Delta z(M_0)$ не меняется в её окрестности:</td></tr>
<tr><td>Б.</td><td>Частная производная n- го порядка (или n-я частная производная) функции u = $f(x_1, \ldots, x_k)$ по аргументам $x_1, \ldots, x_k$</td><td>2.</td><td>если A < 0, то M_0 – точка максимума; если A > 0, то M_0 – точка минимума; если $\delta(M_0) < 0$, то M_0 не является точкой экстремума</td></tr>
<tr><td>В.</td><td>Точка M_0 – есть точка экстремума</td><td>3.</td><td>Частная производная от соответствующей частной</td></tr>
</table>
</td>
<td>Базовый (1-3 минуты)</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td>функции z = f(x, y), …</td><td></td><td>производной порядка n - 1</td></tr>
<tr><td>Г.</td><td>Если M_0 – стационарная точка поверхности ($df(M_0) = 0$), тогда если $\delta(M_0) > 0$, то…</td><td>4.</td><td>предел отношения частного приращения функции по переменной x: $\Delta_x f(x, y)$ к Δx при условии, что $\Delta x \to 0$, вторая переменная при этом считается фиксированной</td></tr>
</table>
Запишите выбранные цифры под
<table>
<tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
соответствующими буквами:

КЛЮЧ:
<table>
<tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr>
</table>
</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>ИУК-1.3.</td><td>4</td><td>10. Дана функция двух переменных $z=x2−y2+2x−4y+5$. Исследуется поведение функции в окрестности критической точки. Студент нашёл частные производные, приравнял их к нулю и получил точку $M(−1;−2)$. Далее он вычислил вторые частные производные: $z''xx=2$, $z''_{yy}=−2z''yy=−2$, $z''xy=0$. После этого студент сделал следующие выводы. Какие из этих выводов являются верными?</td><td>10. Для функции $f(x,y)=x2−y2$ студент нашёл стационарную точку (0;0), вычислил вторые частные производные $fxx=2$, $fyy=−2$, $fxy=0$ и сделал несколько выводов. Какие из приведённых утверждений являются верными?

Варианты ответов (выберите все верные):

В точке (0;0) функция имеет локальный минимум.</td><td>Повышенный (3-5 минут)</td></tr>
</table>

					Варианты ответов (выберите все верные): В точке M функция имеет экстремум, так как частные производные первого порядка равны нулю. В точке M экстремума нет, так как $AC-B2<0$, где $A=zxx''$, $B=zxy''$, $C=zyy''$. Точка M является седловой точкой (точкой перевала) графика функции. Функция достигает в точке M максимума, так как $A>0$ и $AC-B2>0$. **Правильные ответы:** 2 и 3 **Краткое обоснование:** Вычисляем дискриминант: $AC-B2=2\cdot(-2)-02=-4<0$. Это признак отсутствия экстремума. При отрицательном дискриминанте точка является седловой (перевал). Ответ 1 неверен, так как равенство нулю первых производных — необходимое, но не достаточное условие. Ответ 4 неверен, так как дискриминант отрицателен, а для максимума нужно $AC-B2>0$ и $A<0$.	В точке (0;0) функция имеет локальный максимум. В точке (0;0) нет экстремума. Дискриминант $AC-B2$ отрицательный, поэтому точка (0;0) – седловая. При движении из (0;0) вдоль оси x функция возрастает, а вдоль оси y – убывает, поэтому экстремума нет. Функция достигает в (0;0) наименьшего значения на всей плоскости. **Правильные ответы:** 3, 4, 5 **Краткое обоснование (для проверяющего):** A=2, C=-2, B=0 → $AC–B^2 = –4 < 0$, значит, экстремума нет, точка седловая (утверждения 3 и 4 верны). Утверждение 5 подтверждает это: по оси x функция растёт, по оси y – убывает. Утверждения 1, 2, 6 неверны.	

Критерии оценивания диагностической работы:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	от 90 до 100 % правильно выполненных заданий
хорошо	от 70 до 89 % правильно выполненных заданий
удовлетворительно	от 50 до 69 % правильно выполненных заданий
неудовлетворительно	менее 50 % правильно выполненных заданий