Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гриб Владислав Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 23.09.2026 18:50:40
Уникальный программный ключ:
637517d24e103c3db032acf37e839d98ec1c5bb2f5eb89c29abfcd7f4398544

Образовательное частное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ А.С. ГРИБОЕДОВА»
(ИМПЭ им. А.С. Грибоедова)

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И БИЗНЕС-ИНФОРМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Директор Международного института информационных технологий и бизнес-информатики
_____ Т.В. Новикова
«17» декабря 2025г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Направление подготовки
09.03.03 Прикладная информатика
(уровень бакалавриат)

Направленность (профиль):
«Анализ данных»

Форма обучения: **очная, заочная**

Москва

Фонд оценочных средств для дисциплины «Численные методы». Направление подготовки/специальность 09.03.03 Прикладная информатика, направленность (профиль/специализация): «Анализ Данных» / Л. К. Шаймарданова – М.: ИМПЭ им. А.С. Грибоедова.

Фонд оценочных средств является неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины.

Разработчик: Л. К. Шаймарданова

Заведующий кафедрой: _____/ Н. Н. Загускин

1. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Настоящий Фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине «Численные методы». является неотъемлемым приложением к рабочей программе дисциплины (РПД) «Численные методы». На данный ФОС распространяются все реквизиты утверждения, представленные в РПД по данной дисциплине.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Для определения качества освоения обучающимися учебного материала по дисциплине используются следующие оценочные средства:

№ п/п	Оценочное средство	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Тестирование	Вид контроля, позволяющий оценить изученный теоретический материал.	Вопросы для проведения тестирования
2	Практические задания	Вид контроля, позволяющий оценить умение обучающегося применять осваиваемую компетенцию в практических ситуациях и при решении производственных задач	Задания к практическому занятию
3	Контрольная работа	Вид контроля, позволяющий определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций	Задания контрольной работы
4	Самостоятельная работа	Вид контроля, позволяющий оценить проработку теоретического материала, изучение рекомендуемой литературы, выполнение практико-ориентированных заданий (заполнение таблиц, проведение сравнительного анализа, составление схем и др.), решение практических задач, создание презентаций, написание рефератов, подборку нормативного и иного материала и выполнение других заданий	Задания самостоятельной работы
5	Курсовая работа	Вид контроля, позволяющий выявить степень владения базовыми знаниями, умениями и навыками, необходимыми для обучения, и определить уровень владения новым материалом	Индивидуальные задания (темы) для курсовой работы
6	Зачет/Зачет с оценкой/Экзамен	Вид контроля, позволяющий выявить степень овладения знаниями, умениями и навыками, необходимыми для дальнейшего освоения образовательной программы подготовки	Вопросы для подготовки к зачету/зачету с оценкой/экзамену

3. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДИСЦИПЛИНЕ

3.1. Сопроводительная информация.

Разработчик	Л. К. Шаймарданова
Кафедра	Прикладной информатики и информационных технологий
Наименование дисциплины	«Численные методы»
Факультет / институт	Института международной экономики, лидерства и менеджмента
Направление подготовки / специальность	09.03.03 Прикладная информатика
Количество вопросов в оценочных заданиях (диапазон)	10-20
Общее время тестирования (мин)	90 мин
Общее количество вопросов/заданий в ФОС	20
Размещенность на сайте Университета примерного перечня вопросов, заданий ФОС – для подготовки обучающихся к прохождению оценки (да / нет)	Да

3.2. Характеристика оцениваемых компетенций.

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	**ИОПК-1.1.** Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне. **ИОПК-1.2**. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

4.1. ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.

Тесты содержат набор вопросов, в полном объеме охватывающие изученный теоретический материал по указанной теме. Выполнение тестов позволяет определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций. Индивидуальный тестовый сеанс для каждого обучающегося формируется по специальному алгоритму, обеспечивающему заданную тематическую структуру и пропорциональное наличие вопросов разного типа и сложности.

При формировании тестов необходимо использовать задания следующих типов:

Тип задания 1. Задания закрытого типа на установление соответствия.

Тип задания 2. Задания закрытого типа на установление последовательности.

Тип задания 3. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных.

Тип задания 4. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных.

Тип задания 5. Задания открытого типа с развернутым ответом.

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td>Тема 1. Элементы теории погрешностей в математическом обеспечении когнитивных технологий и процессов</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментал</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td><td>Задания закрытого типа на установление соответствия.
Знание элементов теории погрешностей, включая типы погрешностей и их определения, необходимо для корректной оценки точности и надёжности вычислений в когнитивных технологиях, где даже незначительные ошибки могут привести к существенным искажениям в принятии решений или интерпретации данных. Установите соответствие между типом погрешности и её определением.
<table>
<tr><td></td><td>Тип погрешности</td><td></td><td>Определение</td></tr>
<tr><td>А</td><td>Абсолютная погрешность</td><td>1</td><td>Отношение абсолютной погрешности к точному (или приближённому) значению величины.</td></tr>
<tr><td>Б</td><td>Относительная погрешность</td><td>2</td><td>Максимально возможное отклонение результата вычисления из-за конечной точности представления чисел в компьютере.</td></tr>
<tr><td>В</td><td>Погрешность</td><td>3</td><td>Разность между точным значением величины и её</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td>ьного исследования в профессиональной деятельности</td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td>округления</td><td></td><td>приближённым значением.</td></tr>
<tr><td>Г</td><td>Машинная погрешность</td><td>4</td><td>Ошибка, возникающая при замене бесконечной десятичной дроби конечной.</td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr>
</table>
Задания закрытого типа на установление соответствия.
Понимание связи между фрагментами кода на Python и типами погрешностей, которые они иллюстрируют или позволяют оценить, необходимо для разработки корректных, устойчивых и интерпретируемых вычислительных моделей в когнитивных технологиях, где точность численных операций напрямую влияет на качество анализа и принятия решений. Установите соответствие между фрагментом кода на Python и типом погрешности, который он иллюстрирует или позволяет оценить.
<table>
<tr><td></td><td>Фрагмент кода</td><td></td><td>Тип погрешности</td></tr>
<tr><td>А</td><td>abs(x_true - x_approx)</td><td>1</td><td>Относительная погрешность</td></tr>
<tr><td>Б</td><td>abs(x_true - x_approx) / abs(x_true)</td><td>2</td><td>Абсолютная погрешность</td></tr>
<tr><td>В</td><td>sys.float_info.epsilon</td><td>3</td><td>Машинная погрешность (эпсилон)</td></tr>
<tr><td>Г</td><td>round(1.23456789, 4)</td><td>4</td><td>Погрешность округления</td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Тема 2. Численные методы решения задач линейной алгебры, возникающих в проектировании и когнитивных моделей реальных процессов</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td><td>
Задания закрытого типа на установление последовательности.
Установите правильную последовательность этапов решения прикладной задачи из физики с использованием численных методов линейной алгебры для построения когнитивной модели.
1. Формулировка физической задачи (например, распределение температуры в стержне)
2. Составление системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) на основе математической модели
3. Дискретизация дифференциального уравнения методом конечных разностей
4. Реализация численного метода (например, метод Гаусса или итерационный метод) на языке программирования
5. Интерпретация результатов в контексте исходной физической задачи и корректировка модели при необходимости
Ответ:
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td></tr>
</table>
Задания закрытого типа на установление последовательности.
Установите логическую последовательность действий при выборе и применении численного метода для решения СЛАУ в вычислительной системе, используемой в когнитивном моделировании.
1. Анализ свойств матрицы коэффициентов (размерность, разреженность, обусловленность)
2. Выбор подходящего численного метода (прямой или итерационный) с учётом ресурсов вычислительной техники
3. Проверка устойчивости и точности выбранного метода к ошибкам
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>округления и погрешностям данных
4. Программная реализация метода с учётом архитектуры вычислительной системы (CPU/GPU, параллелизм)
5. Валидация полученного решения путём сравнения с тестовым или аналитическим решением
Ответ:<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>Ключ:<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Тема 3 Методы решения систем линейных алгебраических уравнений</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td><td>Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных.
При моделировании стационарного теплового поля в металлической пластине методом конечных разностей была получена система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) размерностью 10 000 × 10 000 с разреженной матрицей коэффициентов. Какой метод решения СЛАУ будет наиболее целесообразным с точки зрения вычислительной эффективности и экономии памяти?
A) Метод Крамера
B) Прямой метод Гаусса без учёта разреженности
C) Итерационный метод Якоби с хранением только ненулевых элементов
D) Обращение матрицы с последующим умножением на вектор свободных членов
Ответ: C
Обоснование: Метод Крамера (A) и обращение матрицы (D) вычислительно неэффективны для больших систем (сложность O(n!) и O(n^3) соответственно). Метод Гаусса (B) при стандартной реализации заполняет нулевые элементы («заполнение»), что резко увеличивает потребление памяти. Итерационный</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
	в профессиональной деятельности		метод Якоби (C) хорошо подходит для больших разреженных систем, позволяет хранить только ненулевые элементы и легко реализуется на современных вычислительных платформах, что делает его предпочтительным в физическом моделировании. ***Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных.*** Вы реализуете на Python численное решение СЛАУ, возникающей при расчёте электрических цепей по законам Кирхгофа. Матрица системы имеет небольшой размер (5 × 5) и заведомо невырожденная. Какой подход обеспечит наиболее простую, надёжную и точную реализацию при условии использования стандартных библиотек? A) Ручная реализация метода Гаусса с выбором главного элемента B) Использование функции numpy.linalg.solve(A, b) C) Последовательное применение правила Крамера с вычислением определителей через рекурсию D) Аналитическое решение с помощью символьных вычислений (sympy.solve) Выберите один правильный ответ. Ответ: B Обоснование: Для небольших, хорошо обусловленных систем функция numpy.linalg.solve (B) использует оптимизированные LAPACK-алгоритмы (например, LU-разложение), обеспечивая высокую точность, скорость и устойчивость. Ручная реализация (A) подвержена ошибкам и менее эффективна. Метод Крамера (C) нестабилен численно и неэффективен даже для малых систем. Символьное решение (D) избыточно для численной задачи и медленнее. Таким образом, использование проверенной библиотеки — лучший выбор с точки зрения программирования, вычислительной математики и физического контекста.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
Тема 4. Нелинейные алгебраические уравнения и методы их решения в задачах когнитивного проектирования.	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	***Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных.*** При проектировании когнитивной модели динамики популяции используется нелинейное уравнение вида $f(x)=x-r\cdot x\cdot(1-x)=0,$ где $r>0$ — параметр роста. Какие из перечисленных методов могут быть применены для численного нахождения корня этого уравнения при известном начальном приближении $x0\in(0,1)$, и почему? A) Метод половинного деления (бисекции) B) Метод Ньютона (касательных) C) Метод простой итерации D) Метод Гаусса E) Метод хорд (секущих) Ответы: B, C, E Обоснование: Уравнение является скалярным нелинейным уравнением, а не системой линейных уравнений, поэтому метод Гаусса (D) неприменим. Метод бисекции (A) требует интервала [a,b], на концах которого функция имеет разные знаки; при заданном только начальном приближении x_0 без гарантии смены знака он может быть не реализуем напрямую. Метод Ньютона (B) применим, так как функция гладкая и легко вычисляется её производная. Метод простой итерации (C) возможен при приведении уравнения к виду $x=\varphi(x)$, что допустимо в данном случае. Метод секущих (E) также подходит, так как он не требует аналитического вычисления производной и работает с одним или двумя начальными приближениями.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
			Все три выбранных метода широко используются в вычислительной практике и легко реализуются на Python (например, с помощью циклов и функций), что соответствует требованиям когнитивного проектирования. ***Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных.*** При моделировании нелинейной зависимости сопротивления термистора от температуры возникает задача решения уравнения вида $R(T)=R_0 \cdot e^{B(1/T1-1/T_0)} - R_изм=0$, где T — искомая температура (в Кельвинах), остальные параметры известны. Какие из следующих утверждений верны относительно выбора численного метода и его реализации? A) Уравнение можно решить методом бисекции, если известен интервал [Ta,Tb], на котором $R(T_a) \cdot R(T_b)<0$ B) Метод Ньютона предпочтителен, поскольку функция быстро меняется и имеет аналитическую производную. C) Для повышения надёжности вычислений следует избегать методов, чувствительных к начальному приближению. D) Метод Гаусса–Зейделя применим, так как уравнение нелинейное. E) Реализация метода на Python с использованием scipy.optimize.root_scalar обеспечит высокую точность и устойчивость. Ответ: A, B, C, E Обоснование: A — верно: метод бисекции применим при наличии интервала со сменой знака, что типично в физических измерениях. B — верно: экспоненциальная функция гладкая, её производная легко вычисляется, что делает метод Ньютона эффективным.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
			C — верно: в практических инженерных и когнитивных задачах важна устойчивость, особенно при неточных входных данных. D — неверно: метод Гаусса–Зейделя предназначен для систем линейных (или иногда нелинейных, но в итерационной форме) уравнений, а здесь — одно скалярное нелинейное уравнение. E — верно: библиотека scipy предоставляет протестированные, оптимизированные и надёжные численные методы, что соответствует лучшим практикам программирования и вычислительной техники.
Тема 5. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	***Задания открытого типа с развернутым ответом.*** Почему при использовании метода простой итерации для решения нелинейного уравнения вида x= cos(x) важно, чтобы производная функции φ(x)=cos(x) по модулю была меньше единицы в окрестности корня. Приведите пример, как это условие связано с надёжностью вычислений на компьютере. Ответ: При использовании метода простой итерации уравнение приводится к виду x=φ(x), и последовательность приближений строится по формуле $x_{n+1}= \varphi(x_n)$. Для сходимости этой последовательности к корню достаточно, чтобы в окрестности корня выполнялось условие $\lvert\varphi'(x)\rvert<1$ В случае φ(x)=cos(x) имеем $\varphi'(x)=-\sin(x)$, а так как $\lvert\sin(x)\rvert\leq 1$ и вблизи корня (примерно $x\approx 0{,}74$) значение $\lvert\sin(x)\rvert\approx 0{,}67<1$, условие сходимости выполнено. Это гарантирует, что каждая новая итерация будет ближе к решению, а не «уводить» вычисления в сторону. С точки зрения вычислительной техники, соблюдение этого условия предотвращает расходимость и излишнее расходование ресурсов (времени, памяти), обеспечивая устойчивую и предсказуемую работу алгоритма даже при ограниченной точности представления чисел в компьютере.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
	деятельности		***Задания открытого типа с развернутым ответом***. Опишите, как можно реализовать метод простой итерации на языке Python для решения уравнения $x=e^{-x.}$ Укажите, какие базовые элементы программирования (цикл, условие, переменные) при этом используются, и почему важно задавать ограничение на максимальное число итераций с точки зрения работы вычислительной системы. Ответ: Для решения уравнения $x=e^{-x}$ $x=e^{-x}$ методом простой итерации можно использовать цикл, в котором на каждой итерации вычисляется новое приближение $x_{new}= \exp{(- xold)}$ Пример реализации на Python: Python 1. import math 2. 3. x = 0.5 # начальное приближение 4. eps = 1e-6 # требуемая точность 5. max_iter = 1000 # ограничение по числу итераций 6. 7. for i in range(max_iter): 8. x_new = math.exp(-x) 9. if abs(x_new - x) < eps: 10 break 11 x = x_new 12 else: 13 print("Достигнуто максимальное число итераций") 14 15 print("Решение:", x) В программе используются • переменные (x, x_new, eps, max_iter) для хранения данных,

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>• цикл for для повторного вычисления приближений,
• условный оператор if для проверки достижения точности.
Ограничение на максимальное число итераций необходимо, потому что при нарушении условия сходимости (например, если $|\varphi'(x)|\geq 1$
процесс может зациклиться или выполняться бесконечно долго. Это особенно важно в вычислительных системах, где нужно гарантировать завершение программы и избегать зависаний или перерасхода ресурсов.</td></tr>
<tr><td>Тема 6. Численные методы решения задач аппроксимации и интерполирования в задачах когнитивного проектирования процессов</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессионал</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td><td>Задания закрытого типа на установление соответствия.
Знание численных методов аппроксимации и интерполирования необходимо в когнитивном проектировании процессов, поскольку при работе с неполными, зашумлёнными или дискретными данными — например, при моделировании поведения пользователя по фрагментарным логам взаимодействия или восстановлении траекторий принятия решений — требуется адекватный выбор метода: так, для гладкого восстановления функции по точным данным подходит сплайн-интерполяция, а при наличии шума и необходимости обобщения — метод наименьших квадратов (аппроксимация полиномами низкой степени).
Установите соответствие между задачей (ситуацией) и наиболее подходящим численным методом.
<table>
<tr><td></td><td>Ситуация / задача</td><td></td><td>Метод</td></tr>
<tr><td>А</td><td>Известны точные значения физической величины в узлах сетки; требуется восстановить функцию, проходящую точно через все точки.</td><td>1</td><td>Метод наименьших квадратов (линейная регрессия)</td></tr>
<tr><td>Б</td><td>Экспериментальные данные содержат шум; нужно найти гладкую зависимость,</td><td>2</td><td>Кубический сплайн</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td>ьной деятельности</td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td>описывающую общую тенденцию.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>В</td><td>Требуется построить непрерывную, дважды дифференцируемую кривую через заданные точки для моделирования траектории движения робота.</td><td>3</td><td>Полиномиальная интерполяция Лагранжа</td></tr>
<tr><td>Г</td><td>Необходимо быстро реализовать приближение зависимости «вход–выход» в когнитивной системе мониторинга с минимальными вычислительными</td><td>4</td><td>Линейная интерполяция</td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
</table>
Задания закрытого типа на установление соответствия.
Знание численных методов аппроксимации и интерполирования необходимо в когнитивном проектировании процессов, поскольку они позволяют восстанавливать и обобщать недостающие или зашумлённые данные на основе имеющихся наблюдений, что критично для построения адаптивных моделей принятия решений; например, следующий фрагмент кода на Python с использованием scipy.interpolate.interp1d реализует кусочно-линейную интерполяцию — один из базовых численных методов восстановления функции по дискретным точкам. Установите соответствие между фрагментом кода на Python (с использованием стандартных библиотек) и численным методом, который он реализует.
<table>
<tr><td></td><td>Фрагмент кода</td><td></td><td>Метод</td></tr>
<tr><td>А</td><td>np.polyfit(x, y, 1)</td><td></td><td>Кубический сплайн</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td>Б</td><td>scipy.interpolate.CubicSpline(x, y)</td><td></td><td>Полиномиальная интерполяция степени n</td></tr>
<tr><td>В</td><td>np.polyfit(x, y, len(x)-1)</td><td></td><td>Линейная аппроксимация (МНК)</td></tr>
<tr><td>Г</td><td>scipy.interpolate.interp1d(x, y, kind='linear')</td><td></td><td>Линейная интерполяция</td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Тема 7. Численная интерполяция сплайнами</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td><td>Задания закрытого типа на установление последовательности.
Установите правильную последовательность этапов построения кубического сплайна для восстановления гладкой траектории движения объекта по экспериментальным точкам (например, данные GPS-трека).
1. Сбор и предварительная обработка экспериментальных данных (удаление выбросов, упорядочивание по времени)
2. Формирование упорядоченного набора узлов (x_i,y_i),где x_i — временные метки, y_i
— координаты
3. Составление системы линейных уравнений для определения вторых производных (моментов) сплайна с учётом граничных условий (например, естественный сплайн: $S''(x_0)=S''(x_n)=0$
4. Решение полученной трёхдиагональной системы методом прогонки (или с использованием библиотеки, например scipy.linalg.solve_banded)
5. Использование найденных коэффициентов для вычисления значений сплайна и его производных в промежуточных точках (например, для визуализации или управления движением)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td>в профессиональной деятельности</td><td></td><td>Ответ:
<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>Ключ:
<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>
Задания закрытого типа на установление последовательности.
Установите логическую последовательность действий при программной реализации одномерной кубической сплайн-интерполяции на Python с использованием библиотеки SciPy.
1. Импорт необходимых модулей: from scipy.interpolate import CubicSpline и import numpy as np
2. Определение массивов узлов: x = np.array([...]), y = np.array([...])
3. Создание объекта сплайна: cs = CubicSpline(x, y, bc_type='natural')
4. Генерация плотной сетки для плавного отображения: x_new = np.linspace(x.min(), x.max(), 100)
5. Вычисление интерполированных значений: y_new = cs(x_new) и их визуализация (например, через matplotlib)
Ответ:
<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>Ключ:
<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Тема 8. Методы одномерной минимизации</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и</td><td>Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных.
Функция $f(x)=x^2-4x+5$ моделирует зависимость энергии системы от положения частицы вдоль оси x
Требуется найти положение равновесия (то есть точку минимума энергии),</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
	общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	программирования на базовом уровне.	используя численный метод, не требующий вычисления производной и пригодный для реализации на простом микроконтроллере с ограниченными вычислительными ресурсами. Какой метод наиболее целесообразно применить? A) Метод градиентного спуска B) Метод Ньютона C) Метод золотого сечения D) Метод наискорейшего спуска Ответ: C Обоснование: Функция $f(x)=x^2-4x+5$ — квадратичная, унимодальная и гладкая, и её точный минимум можно найти аналитически ($x=2$). Однако в условии подчёркивается, что задача решается на простом микроконтроллере с ограниченными ресурсами, где: • желательно избегать вычисления производных (что исключает методы Ньютона и градиентного спуска); • требуется минимум арифметических операций и памяти; • функция унимодальна на интересующем интервале. Метод золотого сечения — это детерминированный метод прямого поиска, не требующий вычисления производных, использующий фиксированное правило сокращения интервала неопределённости. Он особенно эффективен для унимодальных функций и легко реализуется даже на устройствах с низкой вычислительной мощностью. В отличие от методов типа градиентного спуска или Ньютона, он не предполагает хранения истории итераций или сложных операций (например, деления на малые числа или обращения матриц). Таким образом, метод золотого сечения оптимален в данном контексте. ***Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных.***

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
			При разработке программы на Python для автоматической настройки яркости экрана в зависимости от внешнего освещения была получена унимодальная функция ошибки E(α), где α α — коэффициент яркости. Известно, что аналитическое выражение для E(α) сложно, производная недоступна, а вычисление значения функции — относительно дорого по времени. Какой метод одномерной минимизации обеспечит нахождение минимума с минимальным числом вычислений функции? A) Метод перебора (равномерного поиска) B) Метод дихотомии C) Метод параболической аппроксимации (метод Брента) D) Метод золотого сечения Ответ:D Обоснование: В задаче указано, что: • функция ошибки E(α) • E(α) унимодальна; • аналитическое выражение сложное, а производная недоступна; • вычисление значения функции дорого по времени, поэтому важно минимизировать число вызовов. Сравним варианты: Метод перебора (A) требует очень много вычислений функции и неэффективен. Метод дихотомии (B) требует знания знака производной (или использования конечных разностей), что либо невозможно, либо дополнительно увеличивает число вычислений. Метод Брента (C) действительно эффективен и часто используется на практике, но он комбинирует параболическую аппроксимацию и золотое сечение, и при неудачной аппроксимации может делать лишние вычисления. Кроме того, он сложнее в реализации и менее предсказуем по числу вызовов функции.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
			Метод золотого сечения (D) гарантирует сокращение интервала поиска с фиксированным коэффициентом (~0.618) на каждой итерации и требует ровно одно новое вычисление функции на шаг (после начального этапа). Это делает его наиболее экономичным и надёжным в условиях, когда каждое вычисление функции дорого. Поэтому метод золотого сечения — наилучший выбор при указанных ограничениях. Примечание: Хотя метод Брента в среднем быстрее, в условиях строгой экономии вызовов функции и отсутствия информации о гладкости, золотое сечение предпочтительнее благодаря своей гарантированной эффективности и простоте.
Тема 9. Методы многомерной минимизации	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	***Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных.*** При моделировании движения робота в пространстве требуется минимизировать функцию стоимости f(x,y,z) f(x,y,z), описывающую энергозатраты на перемещение. Известно, что: • функция гладкая и дифференцируема; • вычисление градиента возможно, но дорого; • задача решается на встроенном процессоре с ограниченной памятью. Какие из перечисленных методов могут быть применимы в данной ситуации? A) Метод градиентного спуска B) Метод Ньютона C) Метод сопряжённых градиентов D) Метод координатного спуска E) Генетический алгоритм Ответ: A,D Обоснование:

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
	исследования в профессиональной деятельности		A) Градиентный спуск — применим, так как функция гладкая и градиент существует. Несмотря на его «дороговизну», метод требует минимум памяти (только текущая точка и градиент) и легко реализуется на встроенных системах. При умеренном числе переменных (здесь — 3) он остаётся практичным. D) Координатный спуск — не требует градиента вообще: на каждом шаге минимизирует функцию по одной координате. Это особенно выгодно при ограниченных вычислительных ресурсах, так как позволяет использовать одномерные методы (например, золотое сечение). Подходит для небольшой размерности (3 переменные). ***Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных.*** Вы разрабатываете программу на Python для настройки параметров нейросети (несколько тысяч весов). Целевая функция — нелинейная, невыпуклая, шумная, без аналитического градиента. Какие методы целесообразно рассмотреть для практической реализации? A) Метод Ньютона B) Метод стохастического градиентного спуска (SGD) C) Метод Левенберга–Марквардта D) Метод имитации отжига E) Метод Нелдера–Мида (симплексный метод) Ответ:D,E Обоснование: D) Имитация отжига — безградиентный, стохастический метод, способный выходить из локальных минимумов. Подходит для невыпуклых и шумных функций, где градиент недоступен. Хорошо работает в условиях

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
			неопределённости. Е) Метод Нелдера–Мида — классический прямой (безградиентный) метод многомерной оптимизации, основанный на деформации симплекса. Широко используется в практических задачах (например, в scipy.optimize.minimize), когда градиент неизвестен, а размерность умеренная (до нескольких сотен). Для тысяч параметров он может быть медленным, но теоретически применим и часто используется как baseline.
Тема 10. Методы численного интегрирования и дифференцирования	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессионал	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	***Задания открытого типа с развернутым ответом.*** Почему при обработке экспериментальных данных с датчиков (например, акселерометра) для определения скорости объекта чаще используют численное интегрирование, а не численное дифференцирование? Ответ: Численное дифференцирование сильно усиливает шум в данных, поскольку оно основано на вычислении разностей близких значений: даже небольшие погрешности измерений приводят к большим ошибкам в производной. Напротив, численное интегрирование сглаживает шум, так как суммирует значения во времени. С физической точки зрения, ускорение (измеряемое акселерометром) — это производная скорости, поэтому чтобы получить скорость, нужно интегрировать ускорение по времени — это прямая задача. С вычислительной точки зрения, методы интегрирования (например, метод трапеций) устойчивы и легко реализуются даже на микроконтроллерах, тогда как дифференцирование требует предварительной фильтрации данных и более сложной обработки. Поэтому интегрирование предпочтительнее при восстановлении кинематических величин из экспериментальных данных.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме
	ьной деятельности		***Задания открытого типа с развернутым ответом.*** Приведите пример физической задачи, где необходимо использовать численное интегрирование, и почему аналитическое решение невозможно или нецелесообразно. Продемонстрируйте простую реализацию на Python с использованием стандартной библиотеки. Ответ: Пример: вычисление работы силы сопротивления воздуха при движении тела, когда сила зависит от скорости сложным образом, например $F(v)=-kv^2$, а скорость v(t) задана таблично (по данным датчиков) или как результат численного решения дифференциального уравнения. Тогда работа $A=\int_{t_1}^{t_2} F\,(v(t))\cdot v(t)\,dt$ не имеет аналитического выражения, если v(t) v(t) неизвестна в явном виде. В таких случаях применяют численное интегрирование. Простая реализация на Python с использованием scipy.integrate.trapz: python 1 import numpy as np 2 from scipy.integrate import trapz 3 4 # Пример: временные метки и скорость (измеренные или смоделированные) 5 t = np.linspace(0, 10, 100) # время от 0 до 10 с 6 v = np.exp(-0.1 * t) # пример затухающей скорости 7 k = 0.5 # коэффициент сопротивления 8 F = -k * v**2 # сила сопротивления 9 power = F * v # мгновенная мощность 10 11 work = trapz(power, t) # численное интегрирование 12 print("Работа силы сопротивления:", work)

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Этот подход универсален, устойчив и легко масштабируем, что делает его предпочтительным в инженерных и физических расчётах, где функции заданы дискретно или слишком сложны для аналитического интегрирования.</td></tr>
<tr><td>Тема 11. Численное решение задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td><td>
Задания закрытого типа на установление соответствия
Установите соответствие между методом численного решения задачи Коши и его характеристикой, отражающей особенности применения в физических и вычислительных задачах.
<table>
<tr><td></td><td>Метод</td><td></td><td>Характеристика</td></tr>
<tr><td>А</td><td>Метод Эйлера</td><td>1</td><td>Требует вычисления производных высших порядков; даёт высокую точность при малом числе шагов, но сложен в реализации для систем.</td></tr>
<tr><td>Б</td><td>Метод Рунге–Кутты 4-го порядка (RK4)</td><td>2</td><td>Прост в реализации, но имеет низкую точность и может быть неустойчив даже для гладких систем при большом шаге.</td></tr>
<tr><td>В</td><td>Метод рядов Тейлора</td><td>3</td><td>Не требует аналитического вычисления производных, обладает хорошим балансом точности и устойчивости; широко используется в инженерных расчётах.</td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
Задания закрытого типа на установление соответствия
Установите соответствие между физической задачей и наиболее подходящим методом численного решения задачи Коши для её компьютерного моделирования при ограниченных вычислительных ресурсах.
<table>
<tr><td></td><td>Физическая задача</td><td></td><td>Метод</td></tr>
<tr><td>А</td><td>Моделирование свободного падения тела с учётом сопротивления воздуха (система из 2 ОДУ)</td><td>1</td><td>Метод Эйлера</td></tr>
<tr><td>Б</td><td>Расчёт траектории заряженной частицы в неоднородном магнитном поле (жёсткая система ОДУ)</td><td>2</td><td>Явный метод Рунге–Кутты 4-го порядка (RK4)</td></tr>
<tr><td>В</td><td>Имитация движения планеты вокруг звезды (долгосрочная интеграция гамильтоновой системы)</td><td>3</td><td>Неявный метод или симплектический интегратор (например, метод Верле)</td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Тема 12. Численные методы решения краевых задач с когнитивными</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженер</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на</td><td>
Задания закрытого типа на установление последовательности.
Установите правильную последовательность этапов при численном решении краевой задачи для уравнения теплопроводности в стержне с использованием метода конечных разностей и последующей реализации в программе.
1. Формулировка физической модели (уравнение, граничные и начальные условия)
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Тест по теме</th></tr>
<tr><td>моделями реальных процессов</td><td>ные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</td><td>базовом уровне.</td><td>2. Дискретизация пространственной области и аппроксимация производных конечными разностями
3. Построение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)
4. Выбор численного метода решения СЛАУ (например, метод прогонки)
5. Реализация алгоритма на языке программирования и визуализация результата
Ответ:
<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>Ключ:
<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>

Задания закрытого типа на установление последовательности.
При построении когнитивной модели распределения напряжения в упругой балке под нагрузкой используется краевая задача для дифференциального уравнения изгиба. Установите логическую последовательность действий от физического описания до получения численного решения.
1. Определение зависимости между деформацией и напряжением (закон Гука) и вывод дифференциального уравнения изгиба
2. Задание краевых условий (например, защемление на концах или свободное опирание)
3. Аппроксимация второй и четвёртой производных с помощью центральных разностей
4. Формирование разрежённой матрицы жёсткости и вектора нагрузок
5. Решение полученной СЛАУ с использованием библиотеки (например, scipy.sparse.linalg.spsolve)
Ответ:
<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>Ключ:</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Тест по теме				
			1	2	3	4	5

Критерии оценивания тестового задания:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	от 90 до 100 % правильно выполненных заданий
хорошо	от 70 до 89 % правильно выполненных заданий
удовлетворительно	от 50 до 69 % правильно выполненных заданий
неудовлетворительно	менее 50 % правильно выполненных заданий

4.2 ТИПОВЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Практические задания должны отражать умение обучающегося применять осваиваемую компетенцию в практических ситуациях и при решении производственных задач.

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
Тема 4. Нелинейные алгебраические уравнения и методы их решения в задачах когнитивного проектировани	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы	ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования,	***Расчетная задача 1*** При моделировании когнитивной карты системы управления предприятием зависимость между уровнем цифровой зрелости x x и эффективностью бизнес-процессов y y описывается уравнением: $y=-x^2+6x-5$ Определите, при каких значениях x эффективность y равна нулю. Используйте аналитический метод (решение квадратного уравнения). Решение:

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
я	математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	Решим уравнение: $-x^2+6x-5=0 \Rightarrow -x^2-6x+5=0$ Дискриминант: D=36−20=16 Корни: $x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} = x_1 = 1, x_2 = 5$ Ответ: эффективность равна нулю при x=1 и x=5 ***Расчетная задача 2.*** В экспериментальном исследовании когнитивной модели принято, что уровень автоматизации x связан с ошибкой прогноза f(x) следующим нелинейным уравнением: f(x)=x3−2x−5 Найдите приближённое значение корня уравнения f(x)=0 на отрезке [2;3] [2;3] методом половинного деления (метод бисекции) с точностью до 0,1 Решение: Проверим знаки: f(2)=8−4−5=−1<0 f(3)=27−6−5=16>0 → корень есть. Итерации: • Середина c_1=2,5: f(2,5)=15,625−5−5=5,625>0 → корень в [2;2,5] • c_2=2,25: f(2,25)≈11,39−4,5−5=1,89>0 → корень в [2;2,25] • c_3=2,125: f(2,125)≈9,59−4,25−5=0,34>0 → корень в [2;2,125] • c_4=2,0625: f(2,0625)≈8,78−4,125−5≈−0,345<0 ≈−0,345<0 Теперь корень между 2,0625 и 2,125. Среднее ≈ 2,09, точность достигнута. Ответ: Приближённый корень x≈2,1

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
Тема 5. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	***Расчетная задача 1.*** При моделировании зависимости между уровнем автоматизации x x и индексом эффективности управления f(x) получено нелинейное уравнение: $x=\ln(x+2)$ Приведите это уравнение к виду, пригодному для метода простой итерации, и выполните одну итерацию, взяв начальное приближение $x_0=1$ Решение: Уравнение уже записано в виде $x=\varphi(x)$, где $\varphi(x)=\ln(x+2)$ Выполним одну итерацию: $x_1=\varphi(x_0)=\ln(1+2)=\ln 3 \approx 1{,}0986$ Ответ: $x1\approx 1{,}10$ ***Расчетная задача 2.*** Для оценки устойчивости когнитивной модели используется уравнение: $x^2-3x+1=0$ Приведите его к итерационному виду $x=\varphi(x)$, обеспечивающему сходимость в окрестности корня $x\in[0;1]$, и выполните одну итерацию при $x_0=0{,}5$ Решение: Из исходного уравнения выразим x: $X=\frac{x^2+1}{3}=\varphi(x)=\frac{x^2+1}{3}$ Проверка: $\lvert\varphi'(x)\rvert=\lvert\frac{2^x}{3}\rvert<1$ при $x\in[0;1]$ — условие сходимости выполняется. Одна итерация:

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Задания к практическому занятию</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>$x_1=\varphi(0,5)=\frac{0,5^2+1}{3}=\frac{0,25+1}{3}=\frac{1,25}{3}\approx 0,4167$

Ответ: $x_1\approx 0,42$</td></tr>
<tr><td>Тема 6. Численные методы решения задач аппроксимации и интерполирования в задачах когнитивного проектирования процессов</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</td><td>ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.</td><td>Расчетная задача 1
При исследовании влияния уровня цифровой зрелости предприятия x на индекс операционной эффективности y получены два экспериментальных значения:
• при x=2, y=40
• при x=4, y=60

Оцените значение y при x=3 с помощью линейной интерполяции.
Решение:
Формула линейной интерполяции:
$y = y_1 + \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x - x_1)$

Подставляем:
$y = 40 + \frac{60-40}{4-2}(3-2) = 40 + \frac{20}{2}\times 1 = 40+ 10 = 50$

Ответ: $y = 50$
Расчетная задача 2.
По результатам наблюдений за тремя предприятиями получены данные:
<table><tr><td>Уровень автоматизации x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>Оценка качества процессов y</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr></table>Найдите коэффициенты линейной аппроксимирующей функции y=ax+b</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
			методом наименьших квадратов, используя упрощённую формулу для трёх точек: $\alpha = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$, $b = y_1 - a x_1$ Решение $\alpha = \frac{5-2}{3-1} = \frac{3}{2} = 1{,}5$ $b = 2 - 1{,}5 \cdot 1 = 0{,}5$ Ответ: $y = 1{,}5x + 0{,}5$
Тема 7. Численная интерполяция сплайнами	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и	ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	***Расчетная задача 1.*** Даны три узла экспериментальных данных, описывающих зависимость уровня автоматизации x от индекса удовлетворённости сотрудников y: (0, 1),(1, 3),(2, 2) При построении линейного сплайна (кусочно-линейной интерполяции) найдите значение y при x=1,5 Решение: На отрезке [1,2] линейный сплайн — это прямая между точками (1,3) и (2,2) Уравнение прямой: $y = 3 + \frac{2-3}{2-1}(x-1) = 3 - (x-1) = 4 - x$ Подставляем x=1,5: $y = 4 - 1{,}5 = 2{,}5$ Ответ: y=2,5

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
	экспериментального исследования в профессиональной деятельности		***Расчетная задача 2.*** При моделировании когнитивной карты бизнес-процесса получены данные: x=[0, 2],y=[1, 5] Используется линейный сплайн на этом единственном участке. Найдите значение функции в точке x=1 Решение: Линейный сплайн между (0,1) и (2,5) $y=1+\frac{5-1}{2-0}(x-0)=1+2x$ При x=1: $y=1+2\cdot1=3$ Ответ: y=3
Тема 8. Методы одномерной минимизации	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и	ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального	***Расчетная задача 1.*** Функция затрат на автоматизацию бизнес-процесса в зависимости от уровня внедрения x (в усл. ед.) описывается параболой: $f(x)=x^2-4x+5$ Найдите значение x, при котором затраты минимальны, используя аналитический метод (нахождение вершины параболы). Решение: Для квадратичной функции $f(x)=ax^2+bx+c$ минимум достигается при $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{2\times1}=2$

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Задания к практическому занятию
	моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	исследования в профессиональной деятельности.	Ответ: x=2 ***Расчетная задача 2.*** При исследовании эффективности работы системы наблюдения за исполнением законов получена экспериментальная зависимость ошибки f(x) от параметра настройки x: $f(x)=(x-3)^2+1$ Определите значение x, при котором ошибка минимальна, без вычисления производной, используя свойства квадрата. Решение: Квадрат любого числа неотрицателен, минимальное значение $(x-3)^2=0$ достигается при x=3 Тогда f(3)=0+1=1 — это минимум. Ответ: x=3

Критерии оценивания практических занятий:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи, формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, обосновывает свои суждения и даёт правильные ответы на вопросы преподавателя
хорошо	Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи и формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, но содержание ответов имеют некоторые неточности и требуют уточнения и комментария со стороны преподавателя

удовлетворительно	Выставляется, если обучающийся знает и понимает материал по заданной теме, но изложение неполное, непоследовательное, допускаются неточности в определении понятий, студент не может обосновать свои ответы на уточняющие вопросы преподавателя
неудовлетворительно	Выставляется, если обучающийся допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Делает ошибки в ответах на уточняющие вопросы преподавателя

4.3. ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольные работы содержат несколько практических заданий по индивидуальным вариантам, в полном объеме охватывающих изученный материал по указанной теме. Выполнение контрольных работ позволяет определить результат освоения компетенций по дисциплине в рамках рассматриваемой темы, оцениваемый с помощью соответствующих индикаторов достижения компетенций.

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Типовой вариант контрольной работы</th></tr>
<tr><td>Тема 10. Методы численного интегрирования и дифференцирования</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования</td><td>ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.</td><td>
Задача 1 (Численное дифференцирование — приближение производной)
При испытании автоматизированной системы измерена зависимость времени отклика t (в секундах) от нагрузки x (в условных единицах):
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>t (x)</td><td>2</td><td>5</td><td>10</td></tr>
</table>
Оцените скорость изменения времени отклика при x=2 с помощью центральной разностной формулы:
$t'(x) \approx \frac{t(x+h)-t(x-h)}{2h}$
(здесь h=1)
Решение:
$t'(2) \approx \frac{t(3)-t(1)}{2\times 1} = \frac{10-2}{2} = \frac{8}{2} = 4$
Ответ: $t'(2) \approx 4$ с/у.ед.
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Тема</th><th>Код и формулировка компетенции</th><th>Индикаторы достижения компетенции</th><th>Типовой вариант контрольной работы</th></tr>
<tr><td></td><td>в профессиональной деятельности</td><td></td><td>

Задача 2. (Формула прямоугольников — численное интегрирование)
Потребление электроэнергии устройством (в кВт) в течение 2 часов задано таблицей:

<table>
<tr><th>Время t, ч</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td>Мощность P(t), кВт</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
</table>

Оцените общее потребление энергии за 2 часа (т.е. $\int_0^2 P(t)\,dt$) методом левых прямоугольников с шагом h=1
Решение:
$\int_0^2 P\ (t)dt \approx h\cdot[P(0)+P(1)]=1\cdot(1+2)=3$ кВт\cdotpч

Ответ:3 кВт·ч

Задача 3 (Формула трапеций — численное интегрирование)

Для оценки объёма данных, передаваемых сетью, измерена скорость передачи v(t) (в МБ/с):

<table>
<tr><th>t, с</th><th>0</th><th>2</th></tr>
<tr><td>v(t), МБ/с</td><td>4</td><td>8</td></tr>
</table>

Найдите приближённое значение объёма переданных данных за 2 секунды ($\int_0^2 v(t)\,dt$) по формуле трапеций.

Решение:
$\int_0^2 v(t)dt \approx \frac{h}{2}[v(0)+v(2)] = \frac{2}{2}(4+8)=1\cdot12=12$ МБ

</td></tr>
</table>

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовой вариант контрольной работы
			Ответ: 12 МБ
Тема 11. Численное решение задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	***Задача 1*** Модель изменения численности сотрудников x(t) и уровня автоматизации y(t) в компании описывается системой: $\begin{cases} x' = -0.1x \\ y' = 0.2x \end{cases}$ с начальными условиями x(0)=100, y(0)=0 Используя метод Эйлера с шагом h=1, найдите приближённые значения x(1) и y(1) Решение: Формулы метода Эйлера: $x1=x_0+h\cdot x'(t_0)=100+1\cdot(-0.1\cdot 100)=100-10=90$ $y1=y_0+h\cdot y'(t_0)=0+1\cdot(0.2\cdot 100)=20$ Ответ: x(1)≈90; y(1)≈20 ***Задача 2.*** $\begin{cases} u' = v \\ v' = -u \end{cases}$ где u(t) — уровень знаний, v(t) — скорость их роста. Начальные условия: u(0)=1, v(0)=0

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовой вариант контрольной работы
			Примените метод Эйлера с шагом h=0.5 для нахождения u(0.5) и v(0.5) Решение: $u(0.5) \approx u_0+h\cdot u'(0)=1+0.5\cdot v(0)=1+0.5\cdot 0=1$ $v(0.5)\approx v_0+h\cdot v'(0)=0+0.5\cdot(-u(0))=0+0.5\cdot(-1)=-0.5$ Ответ: $u(0.5)\approx 1$, $v(0.5)\approx -0.5$

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи, формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, обосновывает свои суждения и даёт правильные ответы на вопросы преподавателя
хорошо	Выставляется, если обучающийся умеет увязывать теорию с практикой (решает задачи и формулирует выводы, умеет пояснить полученные результаты), владеет понятийным аппаратом, полно и глубоко овладел материалом по заданной теме, но содержание ответов имеют некоторые неточности и требуют уточнения и комментария со стороны преподавателя.
удовлетворительно	Выставляется, если обучающийся знает и понимает материал по заданной теме, но изложение неполное, непоследовательное, допускаются неточности в определении понятий, студент не может обосновать свои ответы на уточняющие вопросы преподавателя
неудовлетворительно	Выставляется, если обучающийся допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Делает ошибки в ответах на уточняющие вопросы преподавателя

4.4. ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа включает в себя проработку теоретического материала, изучение рекомендуемой литературы, выполнение практико-ориентированных заданий (заполнение таблиц, проведение сравнительного анализа, составление схем и др.), решение практических задач, создание презентаций, написание рефератов, подборка нормативного и иного материала и выполнение других заданий

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовое задание для самостоятельной работы
Тема 1. Элементы теории погрешностей в математическом обеспечении когнитивных технологий и процессов	ОПК-1.Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне. ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	***Задание 1. Подготовить рефераты и презентации на тему:*** «Элементы теории погрешностей в математическом обеспечении когнитивных технологий и процессов» 1. Роль теории погрешностей в обеспечении достоверности когнитивных моделей 2. Анализ влияния вычислительных погрешностей на устойчивость когнитивных карт 3. Оценка погрешностей при аппроксимации экспертных данных в когнитивных системах 4. Погрешности округления и их последствия в численном моделировании когнитивных процессов 5. Методы контроля и минимизации погрешностей в алгоритмах поддержки принятия решений на основе когнитивных технологий
Тема 12. Численные методы решения краевых задач с когнитивными моделями реальных процессов	ОПК-1.Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования,	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне. ИОПК-1.2. Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	***Задание на сравнительный анализ.*** Сравните метод конечных разностей и метод стрельбы при решении краевых задач, возникающих при моделировании стационарного распределения температуры в стержне (одномерная задача теплопроводности). Укажите, какой из методов проще реализовать на языке программирования высокого уровня (например, Python) при базовых знаниях вычислительной математики и программирования. Ответ: Метод конечных разностей (МКР) заменяет

Тема	Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Типовое задание для самостоятельной работы
	теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности		дифференциальное уравнение системой алгебраических уравнений путём аппроксимации производных разностными схемами на равномерной сетке. Для линейной краевой задачи это приводит к СЛАУ с трёхдиагональной матрицей, легко решаемой методом прогонки. МКР требует только базовых знаний линейной алгебры и циклов в программировании. Метод стрельбы сводит краевую задачу к задаче Коши, подбирая начальное условие так, чтобы решение удовлетворяло граничному условию на другом конце. Это требует многократного численного интегрирования ОДУ (например, методом Эйлера или Рунге–Кутты) и реализации процедуры поиска корня (например, методом половинного деления), что сложнее в реализации и менее устойчиво. При базовом уровне подготовки метод конечных разностей проще для понимания, реализации и отладки, особенно в задачах с линейными уравнениями и простыми граничными условиями, характерными для физических моделей в когнитивном проектировании.

Критерии оценивания самостоятельной работы:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	выставляется если работа носит научно-исследовательский характер, проанализирован и сделан сравнительный анализ нескольких литературных источников, приведены примеры
хорошо	выставляется если проанализирован и сделан сравнительный анализ нескольких литературных источников, приведены примеры
удовлетворительно	выставляется если проведен сравнительный анализ научно-методической литературы, приведены примеры
неудовлетворительно	выставляется если работа прошла проверку на антиплагиат и соответствует требованиям оформления

4.5. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КУРСОВЫХ РАБОТ

Курсовая работа позволяет выявить степень владения базовыми знаниями, умениями и навыками, необходимыми для обучения, и определить уровень владения новым материалом.

Примерные индивидуальные задания (темы) для курсовых работ:

Курсовая работа не предусмотрена учебным планом

Критерии оценивания курсовой работы:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Представлены результаты структурированного и логически последовательного обзора литературных и иных источников по теме исследования. Структура курсовой работы логически и методически выдержана. Верно определены исходные данные для расчетов. Все аналитические расчеты выполнены верно, корректно применены методы экономического анализа, не нарушена методика анализа предмета исследования. Все выводы и предложения убедительно аргументированы. При защите курсовой работы обучающийся правильно и уверенно отвечает на вопросы преподавателя, демонстрирует глубокое знание теоретического материала, способен аргументировать собственные утверждения и выводы
хорошо	Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Представлены результаты структурированного и логически последовательного обзора литературных и иных источников по теме исследования. Структура курсовой работы логически и методически выдержана. Верно определены исходные данные для расчетов. В расчетах допускаются незначительные (не искажающие общего итога оценки) погрешности/ошибки. Большинство выводов и предложений аргументировано, корректно применены методы экономического анализа, не нарушена методика анализа предмета исследования. Оформление курсовой работы и полученные результаты в целом отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. Имеются одна-две несущественные ошибки в использовании терминов, в построенных диаграммах и схемах, в оформлении таблиц. Наличествует незначительное количество грамматических и/или стилистических ошибок. При защите курсовой работы обучающийся правильно и уверенно отвечает на большинство вопросов преподавателя, демонстрирует хорошее знание теоретического материала, но не всегда способен аргументировать собственные утверждения и выводы. При наводящих вопросах преподавателя исправляет ошибки в ответе
удовлетворительно	Содержание курсовой работы полностью соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Результаты обзора литературных и иных источников представлены недостаточно полно, недостаточно логично и последовательно. Верно определены исходные данные для расчетов, но имеются грубые ошибки в расчетах. Аргументация выводов и предложений слабая или отсутствует. Экономические выводы носят констатирующий

	(описательный) характер. Имеются одно-два существенных отклонений от требований в оформлении курсовой работы. Полученные результаты в целом отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. Имеются одна-две существенных ошибки в использовании терминов, в построенных диаграммах и схемах. Много грамматических и/или стилистических ошибок. При защите курсовой работы обучающийся допускает грубые ошибки при ответах на вопросы преподавателя, демонстрирует слабое знание теоретического материала, в большинстве случаев не способен уверенно аргументировать собственные утверждения и выводы
неудовлетворительно	Содержание курсовой работы не соответствует заданию, содержащемуся в методических указаниях, и плану. Неверно определены исходные данные для расчетов, неверно и не корректно применены методы экономического анализа. Экономические выводы содержат неверную экономическую оценку. Имеются более двух существенных отклонений от требований в оформлении курсовой работы. Большое количество существенных ошибок по сути работы, много грамматических и стилистических ошибок и др. Полученные результаты не отвечают требованиям, изложенным в методических указаниях. При защите курсовой работы обучающийся демонстрирует слабое понимание программного материала, студент не может защитить свои решения, допускает грубые фактические ошибки при ответах на поставленные вопросы или вовсе не отвечает на них. Курсовая работа не представлена преподавателю. Обучающийся не явился на защиту курсовой работы

5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена

1.1. Вопросы к экзамену в семестре 3

Источники и типы погрешностей. Абсолютная и относительная погрешность.
2. Прямая задача теории погрешностей. Обратная задача теории погрешностей.
3. Понятие обусловленности задачи.
4. Постановка задачи интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
5. Понятие о конечных разностях. Интерполяционный многочлен Ньютона 1-го и 2-го рода.
6. Оценка погрешности многочленной интерполяции.
7. Обусловленность задачи многочленной интерполяции.
8. Постановка задачи интерполяции сплайнами. Построение кубического сплайна. Оценка точности интерполяции сплайнами.
9. Построение кубического сплайна для краевых условий 1-го рода.
10. Метод прогонки для решения систем, возникающих при построении кубического сплайна.
11. Постановка задачи численного дифференцирования. Дифференцирование на основе многочлена Лагранжа. Численное дифференцирование на основе многочлена Ньютона.
12. Постановка задачи тригонометрической интерполяции.
13. Многочлены Чебышева. Связь между тригонометрической и алгебраической интерполяцией.

14. Свойства алгебраической интерполяции с узлами в нулях многочлена T n+1(x). Алгоритм вычисления значений многочлена Pn (x, f).
15. Постановка задачи численного интегрирования. Построение квадратурных формул.
16. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Обобщенная формула прямоугольников.
17. Обобщенная формула трапеции. Обобщенная формула Симпсона.
18. Сравнение точности квадратурных формул. Вычисление интегралов методами Монте-Карло.
19. Постановка задачи численного решения уравнений. Метод половинного деления.
20. Метод хорд для решения уравнений.
21. Метод касательных для решения уравнений.
22. Метод итераций.
23. Понятие приближенного решения СЛАУ. Обусловленность системы и матрицы системы.
24. Метод Гаусса решения СЛАУ.
25. Метод Гаусса-Жордана решения СЛАУ. Вычисление определителей с помощью метода Гаусса.
26. Вычисление обратных матриц с помощью метода Гаусса.
27. Метод ортогонализации решения СЛАУ.
28. Метод простой итерации решения СЛАУ.
29. Метод Зейделя решения СЛАУ.
30. Постановка задачи численного решения системы нелинейных уравнений. Метод простой итерации.
31. Понятие о частной проблеме собственных значений. Степенной метод.
32. Понятие о полной проблеме собственных значений. Методы решения.
33. Постановка задачи безусловной оптимизации. Понятие унимодальности функции. Численное решение n-мерных систем нелинейных уравнений с помощью методов n-мерной минимизации.
34. Метод сканирования поиска минимума функции одной переменной.
35. Методы поиска минимума функций нескольких переменных.
36. Понятие о численном решении задачи Коши. Метод Эйлера решения задачи Коши.
37. Методы Рунге-Кутта.
38. Численное решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений первого порядка. Численные методы решения дифференциального уравнения n-го порядка и системы дифференциальных уравнений n-го порядка.
39. Постановка задачи численного решения краевых задач. Метод стрельбы.
40.Постановка задачи разностной аппроксимации исходной краевой задачи. Оценка погрешности.
41. Метод прогонки для аппроксимации правыми разностями. Оценка погрешности.
42. Метод прогонки для центрально-разностной схемы.
43. Метод Галеркина.
44. Метод коллокаций.

45. Использование метода сеток для численного решения уравнений в частных производных. Сеточный метод для задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Особенности аппроксимации криволинейных границ.
46. Метод сеток для однородных уравнений параболического типа. Устойчивость явной и неявной схем.
47. Метод прогонки для однородных уравнений параболического типа.
48. Метод сеток для уравнений гиперболического типа.

Критерии оценивания экзамена:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Выставляется, если обучающимся правильно и полностью раскрыто содержание материала в пределах программы, чётко и правильно даны определения и раскрыто содержание понятий, точно использованы научные и технические термины, в ответе использованы ранее приобретённые теоретические знания, сделаны необходимые выводы и обобщения
хорошо	Выставляется, если обучающимся раскрыто основное содержание материала в пределах программы, даны определения и раскрыто содержание понятий, в ответе использованы ранее приобретённые теоретические знания, сделаны необходимые выводы и обобщения, но присутствуют незначительные нарушения в последовательности изложения, имеются одна-две неточности в содержании ответа
удовлетворительно	Выставляется, если обучающимся содержание учебного материала изложено фрагментарно, не всегда последовательно, не даны определения, не раскрыто содержание понятий, или они изложены с ошибками, допускаются ошибки и неточности в использовании научной терминологии, отсутствуют выводы и обобщения из предыдущего материала, или возможны ошибки в их изложении
неудовлетворительно	Выставляется, если обучающимся основное содержание учебного материала не раскрыто, не даются ответы на основные вопросы, допускаются грубые ошибки в определении понятий, в использовании терминологии, отсутствуют выводы и обобщения

6. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Задания для диагностической работы должны обеспечивать оценку полностью или частично сформированных компетенций. Каждое задание должно быть привязано к тому или иному индикатору сформированности компетенций.

При формировании заданий для диагностической работы необходимо использовать тестовые задания следующих типов:

Тип задания 1. Задания закрытого типа на установление соответствия.

Тип задания 2. Задания закрытого типа на установление последовательности.

Тип задания 3. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных.

Тип задания 4. Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных.

Тип задания 5. Задания открытого типа с развернутым ответом.
Все типы заданий должны быть представлены не менее одного раза.

<table>
<tr><th>№ п/п</th><th>Тема занятия</th><th>Код компетенции</th><th>Индикатор</th><th>Тип задания</th><th colspan="2">Задание</th><th>Уровень освоения компетенции</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th>Вариант 1</th><th>Вариант 2</th><th></th></tr>
<tr>
<td>1.</td>
<td>Тема 1. Элементы теории погрешностей в математическом обеспечении когнитивных технологий и процессов</td>
<td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</td>
<td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td>
<td>Задания закрытого типа на установление соответствия</td>
<td>1.Знание элементов теории погрешностей, включая типы погрешностей и их определения, необходимо для корректной оценки точности и надёжности вычислений в когнитивных технологиях, где даже незначительные ошибки могут привести к существенным искажениям в принятии решений или интерпретации данных. Установите соответствие между типом погрешности и её определением.
<table>
<tr><td></td><td>Тип погрешности</td><td></td><td>Определение</td></tr>
<tr><td>А</td><td>Абсолютная погрешность</td><td>1</td><td>Отношение абсолютной погрешности к точному (или приближённому) значению величины.</td></tr>
<tr><td>Б</td><td>Относительная погрешность</td><td>2</td><td>Максимально возможное отклонение результата вычисления из-за конечной точности представления чисел в компьютере.</td></tr>
<tr><td>В</td><td>Погрешность округления</td><td>3</td><td>Разность между точным значением величины и её приближённым значением.</td></tr>
</table>
</td>
<td>1.Понимание связи между фрагментами кода на Python и типами погрешностей, которые они иллюстрируют или позволяют оценить, необходимо для разработки корректных, устойчивых и интерпретируемых вычислительных моделей в когнитивных технологиях, где точность численных операций напрямую влияет на качество анализа и принятия решений. Установите соответствие между фрагментом кода на Python и типом погрешности, который он иллюстрирует или позволяет оценить.
<table>
<tr><td></td><td>Фрагмент кода</td><td></td><td>Тип погрешности</td></tr>
<tr><td>А</td><td>abs(x_true - x_approx)</td><td>1</td><td>Относительная погрешность</td></tr>
<tr><td>Б</td><td>abs(x_true - x_approx) / abs(x_true)</td><td>2</td><td>Абсолютная погрешность</td></tr>
<tr><td>В</td><td>sys.float_info.epsilon</td><td>3</td><td>Машинная погрешность (эпсилон)</td></tr>
<tr><td>Г</td><td>round(1.23456789, 4)</td><td>4</td><td>Погрешность округления</td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr>
</table>
</td>
<td>Базовый (1-3 минуты)</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td>Г</td><td>Машинная погрешность</td><td>4</td><td>Ошибка, возникающая при замене бесконечной десятичной дроби конечной.</td></tr>
</table>
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr>
</table>
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>Тема 2. Численные методы решения задач линейной алгебры, возникающих в проектировании когнитивных моделей реальных процессов</td><td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</td><td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td><td>Задания закрытого типа на установление последовательности</td><td>2.Установите правильную последовательность этапов решения прикладной задачи из физики с использованием численных методов линейной алгебры для построения когнитивной модели.
1. Формулировка физической задачи (например, распределение температуры в стержне)
2. Составление системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) на основе математической модели
3. Дискретизация дифференциального уравнения методом конечных разностей
4. Реализация численного метода (например, метод Гаусса или итерационный метод) на языке программирования
5. Интерпретация результатов в контексте исходной физической задачи и корректировка модели при необходимости
Ответ:
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td></tr>
</table>
</td><td>2.Установите логическую последовательность действий при выборе и применении численного метода для решения СЛАУ в вычислительной системе, используемой в когнитивном моделировании.
1. Анализ свойств матрицы коэффициентов (размерность, разреженность, обусловленность)
2. Выбор подходящего численного метода (прямой или итерационный) с учётом ресурсов вычислительной техники
3. Проверка устойчивости и точности выбранного метода к ошибкам округления и погрешностям данных
4. Программная реализация метода с учётом архитектуры вычислительной системы (CPU/GPU, параллелизм)
5. Валидация полученного решения путём сравнения с тестовым или аналитическим решением
Ответ:
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Ключ:
<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
</table>
</td><td>Базовый (1-3 минуты)</td></tr>
</table>

3	Тема 3. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	*Задания комбинированного типа, предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных*	3.При моделировании стационарного теплового поля в металлической пластине методом конечных разностей была получена система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) размерностью 10 000 × 10 000 с разреженной матрицей коэффициентов. Какой метод решения СЛАУ будет наиболее целесообразным с точки зрения вычислительной эффективности и экономии памяти? A) Метод Крамера B) Прямой метод Гаусса без учёта разреженности C) Итерационный метод Якоби с хранением только ненулевых элементов D) Обращение матрицы с последующим умножением на вектор свободных членов Ответ: C Обоснование: Метод Крамера (A) и обращение матрицы (D) вычислительно неэффективны для больших систем (сложность O(n!) и O(n^3) соответственно). Метод Гаусса (B) при стандартной реализации заполняет нулевые элементы («заполнение»), что резко увеличивает потребление памяти. Итерационный метод Якоби (C) хорошо подходит для больших разреженных систем, позволяет хранить только ненулевые элементы и легко реализуется на современных вычислительных платформах, что делает его предпочтительным в физическом моделировании.	3.Вы реализуете на Python численное решение СЛАУ, возникающей при расчёте электрических цепей по законам Кирхгофа. Матрица системы имеет небольшой размер (5 × 5) и заведомо невырожденная. Какой подход обеспечит наиболее простую, надёжную и точную реализацию при условии использования стандартных библиотек? A) Ручная реализация метода Гаусса с выбором главного элемента B) Использование функции numpy.linalg.solve(A, b) C) Последовательное применение правила Крамера с вычислением определителей через рекурсию D) Аналитическое решение с помощью символьных вычислений (sympy.solve) Выберите один правильный ответ. Ответ: B Обоснование: Для небольших, хорошо обусловленных систем функция numpy.linalg.solve (B) использует оптимизированные LAPACK-алгоритмы (например, LU-разложение), обеспечивая высокую точность, скорость и устойчивость. Ручная реализация (A) подвержена ошибкам и менее эффективна. Метод Крамера (C) нестабилен численно и неэффективен даже для малых систем. Символьное решение (D) избыточно для численной задачи и медленнее. Таким образом, использование проверенной библиотеки — лучший выбор с точки зрения программирования, вычислительной математики и физического контекста.	Базовый (1-3 минуты)
4	Тема 4. Нелинейные алгебраич	ОПК-1. Способен применять естественнона	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики,	*Задания комбинированного типа,*	4.При проектировании когнитивной модели динамики популяции используется нелинейное уравнение вида $f(x)=x-r\cdot x\cdot(1-x)=0$,	4.При моделировании нелинейной зависимости сопротивления термистора от температуры возникает задача решения уравнения вида	Повышенный (3-5 минут)

	еские уравнения и методы их решения в задачах когнитивного проектирования	учные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	*предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных*	где r>0 — параметр роста. Какие из перечисленных методов могут быть применены для численного нахождения корня этого уравнения при известном начальном приближении x0∈(0,1) , и почему? A) Метод половинного деления (бисекции) B) Метод Ньютона (касательных) C) Метод простой итерации D) Метод Гаусса E) Метод хорд (секущих) Ответы: B, C, E Обоснование: Уравнение является скалярным нелинейным уравнением, а не системой линейных уравнений, поэтому метод Гаусса (D) неприменим. Метод бисекции (A) требует интервала [a,b], на концах которого функция имеет разные знаки; при заданном только начальном приближении x0 без гарантии смены знака он может быть не реализуем напрямую. Метод Ньютона (B) применим, так как функция гладкая и легко вычисляется её производная. Метод простой итерации (C) возможен при приведении уравнения к виду x=φ(x), что допустимо в данном случае. Метод секущих (E) также подходит, так как он не требует аналитического вычисления производной и работает с одним или двумя начальными приближениями. Все три выбранных метода широко используются в вычислительной практике и легко реализуются на Python (например, с помощью циклов и функций), что соответствует требованиям когнитивного проектирования.	R(T)=R0·eB(T/1−T0/1) − Rизм=0, где T — искомая температура (в Кельвинах), остальные параметры известны. Какие из следующих утверждений верны относительно выбора численного метода и его реализации? A) Уравнение можно решить методом бисекции, если известен интервал [Ta,Tb], на котором R(Ta)·R(Tb)<0 B) Метод Ньютона предпочтителен, поскольку функция быстро меняется и имеет аналитическую производную. C) Для повышения надёжности вычислений следует избегать методов, чувствительных к начальному приближению. D) Метод Гаусса–Зейделя применим, так как уравнение нелинейное. E) Реализация метода на Python с использованием scipy.optimize.root_scalar обеспечит высокую точность и устойчивость. Ответ: A, B, C, E Обоснование: A — верно: метод бисекции применим при наличии интервала со сменой знака, что типично в физических измерениях. B — верно: экспоненциальная функция гладкая, её производная легко вычисляется, что делает метод Ньютона эффективным. C — верно: в практических инженерных и когнитивных задачах важна устойчивость, особенно при неточных входных данных. D — неверно: метод Гаусса–Зейделя предназначен для систем линейных (или иногда нелинейных, но в итерационной форме) уравнений, а здесь — одно скалярное нелинейное уравнение. E — верно: библиотека scipy предоставляет протестированные, оптимизированные и надёжные численные методы, что	

						соответствует лучшим практикам программирования и вычислительной техники.	
5	Тема 5. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	*Задания открытого типа с развернутым ответом*	5.Почему при использовании метода простой итерации для решения нелинейного уравнения вида x= cos(x) важно, чтобы производная функции φ(x)=cos(x) по модулю была меньше единицы в окрестности корня. Приведите пример, как это условие связано с надёжностью вычислений на компьютере. Ответ: При использовании метода простой итерации уравнение приводится к виду x=φ(x), и последовательность приближений строится по формуле xn+1= φ(xn). Для сходимости этой последовательности к корню достаточно, чтобы в окрестности корня выполнялось условие $\|\varphi'(x)\|<1$ В случае φ(x)=cos(x) имеем $\varphi'(x)=-\sin(x)$, а так как $\|\sin(x)\|\leq 1$ и вблизи корня (примерно x≈0,74) значение $\|\sin(x)\|\approx 0{,}67<1$, условие сходимости выполнено. Это гарантирует, что каждая новая итерация будет ближе к решению, а не «уводить» вычисления в сторону. С точки зрения вычислительной техники, соблюдение этого условия предотвращает расходимость и излишнее расходование ресурсов (времени, памяти), обеспечивая устойчивую и предсказуемую работу алгоритма даже при ограниченной точности представления чисел в компьютере.	5.Опишите, как можно реализовать метод простой итерации на языке Python для решения уравнения $x=e^{-x}$. Укажите, какие базовые элементы программирования (цикл, условие, переменные) при этом используются, и почему важно задавать ограничение на максимальное число итераций с точки зрения работы вычислительной системы. Ответ: Для решения уравнения $x=e^{-x}$ $x=e^{-x}$ методом простой итерации можно использовать цикл, в котором на каждой итерации вычисляется новое приближение $x_{new}=\exp_{(xold)}$ Пример реализации на Python: Python 1. import math 2. 3. x = 0.5 # начальное приближение 4. eps = 1e-6 # требуемая точность 5. max_iter = 1000 # ограничение по числу итераций 6. 7. for i in range(max_iter): 8. x_new = math.exp(-x) 9. if abs(x_new - x) < eps: 10 break 11 x = x_new 12 else: 13 print("Достигнуто максимальное число итераций") 14 15 print("Решение:", x) В программе используются	Высокий (5-10 минут)

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>

переменные (x, x_new, eps, max_iter) для хранения данных,
цикл for для повторного вычисления приближений,
условный оператор if для проверки достижения точности.

Ограничение на максимальное число итераций необходимо, потому что при нарушении условия сходимости (например, если $|\varphi'(x)| \geq 1$
процесс может зациклиться или выполняться бесконечно долго. Это особенно важно в вычислительных системах, где нужно гарантировать завершение программы и избегать зависаний или перерасхода ресурсов.
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>Тема 6. Численные методы решения задач аппроксимации и интерполирования в задачах когнитивного проектирования процессов</td>
<td>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</td>
<td>ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.</td>
<td>Задания закрытого типа на установление соответствия.</td>
<td>6.Знание численных методов аппроксимации и интерполирования необходимо в когнитивном проектировании процессов, поскольку при работе с неполными, зашумлёнными или дискретными данными — например, при моделировании поведения пользователя по фрагментарным логам взаимодействия или восстановлении траекторий принятия решений — требуется адекватный выбор метода: так, для гладкого восстановления функции по точным данным подходит сплайн-интерполяция, а при наличии шума и необходимости обобщения — метод наименьших квадратов (аппроксимация полиномами низкой степени).
Установите соответствие между задачей (ситуацией) и наиболее подходящим численным методом.
<table>
<tr><td></td><td>Ситуация / задача</td><td></td><td>Метод</td></tr>
<tr><td>A</td><td>Известны точные</td><td>1</td><td>Метод</td></tr>
</table>
</td>
<td>6.Знание численных методов аппроксимации и интерполирования необходимо в когнитивном проектировании процессов, поскольку они позволяют восстанавливать и обобщать недостающие или зашумлённые данные на основе имеющихся наблюдений, что критично для построения адаптивных моделей принятия решений; например, следующий фрагмент кода на Python с использованием scipy.interpolate.interp1d реализует кусочно-линейную интерполяцию — один из базовых численных методов восстановления функции по дискретным точкам. Установите соответствие между фрагментом кода на Python (с использованием стандартных библиотек) и численным методом, который он реализует.
<table>
<tr><td></td><td>Фрагмент кода</td><td></td><td>Метод</td></tr>
<tr><td>A</td><td>np.polyfit(x, y, 1)</td><td></td><td>Кубический сплайн</td></tr>
</table>
</td>
<td>Базовый (1-3 минуты)</td>
</tr>
</table>

						значения физической величины в узлах сетки; требуется восстановить функцию, проходящую точно через все точки.		наименьших квадратов (линейная регрессия)
					Б	Экспериментальные данные содержат шум; нужно найти гладкую зависимость, описывающую общую тенденцию.	2	Кубический сплайн
					В	Требуется построить непрерывную, дважды дифференцируемую кривую через заданные точки для моделирования траектории движения робота.	3	Полиномиальная интерполяция Лагранжа
					Г	Необходимо быстро реализовать приближение зависимости «вход–выход» в когнитивной системе мониторинга с минимальными вычислительными	4	Линейная интерполяция

Ответ:

А	Б	В	Г

Ключ:

А	Б	В	Г

Б	scipy.interpolate.CubicSpline(x, y)		Полиномиальная интерполяция степени n
В	np.polyfit(x, y, len(x)-1)		Линейная аппроксимация (МНК)
Г	scipy.interpolate.interp1d(x, y, kind='linear')		Линейная интерполяция

Ответ:

А	Б	В	Г

Ключ:

А	Б	В	Г
3	1	2	4

					3 | 1 | 2 | 4		
7	Тема 7. Численная интерполяция сплайнами	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	*Задания закрытого типа на установление последовательности*	7.Установите правильную последовательность этапов построения кубического сплайна для восстановления гладкой траектории движения объекта по экспериментальным точкам (например, данные GPS-трека). 1. Сбор и предварительная обработка экспериментальных данных (удаление выбросов, упорядочивание по времени) 2. Формирование упорядоченного набора узлов (xi,yi),где xi — временные метки, yi — координаты 3. Составление системы линейных уравнений для определения вторых производных (моментов) сплайна с учётом граничных условий (например, естественный сплайн: S″(x0)=S″(xn)=0 4. Решение полученной трёхдиагональной системы методом прогонки (или с использованием библиотеки, например scipy.linalg.solve_banded) 5. Использование найденных коэффициентов для вычисления значений сплайна и его производных в промежуточных точках (например, для визуализации или управления движением) Ответ: | | | | | | Ключ: 1 | 2 | 3 | 4 | 5	7.Установите логическую последовательность действий при программной реализации одномерной кубической сплайн-интерполяции на Python с использованием библиотеки SciPy. 1. Импорт необходимых модулей: from scipy.interpolate import CubicSpline и import numpy as np 2. Определение массивов узлов: x = np.array([...]), y = np.array([...]) 3. Создание объекта сплайна: cs = CubicSpline(x, y, bc_type='natural') 4. Генерация плотной сетки для плавного отображения: x_new = np.linspace(x.min(), x.max(), 100) 5. Вычисление интерполированных значений: y_new = cs(x_new) и их визуализация (например, через matplotlib) Ответ: | | | | | | Ключ: 1 | 2 | 3 | 4 | 5	Базовый (1-3 минуты)
8	Тема 8. Методы одномерной	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики,	*Задания комбинированного типа,*	8.Функция $f(x)=x^2-4x+5$ моделирует зависимость энергии системы от положения частицы вдоль оси x Требуется найти положение равновесия (то	8.При разработке программы на Python для автоматической настройки яркости экрана в зависимости от внешнего освещения была получена унимодальная функция ошибки	Базовый (1-3 минуты)

	минимизации	учные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	*предполагающие выбор одного правильного ответа из предложенных*	есть точку минимума энергии), используя численный метод, не требующий вычисления производной и пригодный для реализации на простом микроконтроллере с ограниченными вычислительными ресурсами. Какой метод наиболее целесообразно применить? A) Метод градиентного спуска B) Метод Ньютона C) Метод золотого сечения D) Метод наискорейшего спуска Ответ: C Обоснование: Функция $f(x)=x^2-4x+5$ — квадратичная, унимодальная и гладкая, и её точный минимум можно найти аналитически (x=2). Однако в условии подчёркивается, что задача решается на простом микроконтроллере с ограниченными ресурсами, где: • желательно избегать вычисления производных (что исключает методы Ньютона и градиентного спуска); • требуется минимум арифметических операций и памяти; • функция унимодальна на интересующем интервале. Метод золотого сечения — это детерминированный метод прямого поиска, не требующий вычисления производных, использующий фиксированное правило сокращения интервала неопределённости. Он особенно эффективен для унимодальных функций и легко реализуется даже на устройствах с низкой вычислительной мощностью. В отличие от методов типа градиентного спуска или Ньютона, он не предполагает хранения истории итераций или сложных операций (например, деления на малые	E(α), где α α — коэффициент яркости. Известно, что аналитическое выражение для E(α) сложно, производная недоступна, а вычисление значения функции — относительно дорого по времени. Какой метод одномерной минимизации обеспечит нахождение минимума с минимальным числом вычислений функции? A) Метод перебора (равномерного поиска) B) Метод дихотомии C) Метод параболической аппроксимации (метод Брента) D) Метод золотого сечения Ответ:D Обоснование: В задаче указано, что: • функция ошибки E(α) • E(α) унимодальна; • аналитическое выражение сложное, а производная недоступна; • вычисление значения функции дорого по времени, поэтому важно минимизировать число вызовов. Сравним варианты: Метод перебора (A) требует очень много вычислений функции и неэффективен. Метод дихотомии (B) требует знания знака производной (или использования конечных разностей), что либо невозможно, либо дополнительно увеличивает число вычислений. Метод Брента (C) действительно эффективен и часто используется на практике, но он комбинирует параболическую аппроксимацию и золотое сечение, и при неудачной аппроксимации может делать лишние вычисления. Кроме того, он сложнее в реализации и менее предсказуем по числу вызовов функции.	

					числа или обращения матриц). Таким образом, метод золотого сечения оптимален в данном контексте.	Метод золотого сечения (D) гарантирует сокращение интервала поиска с фиксированным коэффициентом (~0.618) на каждой итерации и требует ровно одно новое вычисление функции на шаг (после начального этапа). Это делает его наиболее экономичным и надёжным в условиях, когда каждое вычисление функции дорого. Поэтому метод золотого сечения — наилучший выбор при указанных ограничениях. Примечание: Хотя метод Брента в среднем быстрее, в условиях строгой экономии вызовов функции и отсутствия информации о гладкости, золотое сечение предпочтительнее благодаря своей гарантированной эффективности и простоте.	
9	Тема 9. Методы многомерной минимизации	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	*Задания комбинированного типа, предполагающие выбор нескольких ответов из предложенных*	9.При моделировании движения робота в пространстве требуется минимизировать функцию стоимости f(x,y,z) f(x,y,z), описывающую энергозатраты на перемещение. Известно, что: • функция гладкая и дифференцируема; • вычисление градиента возможно, но дорого; • задача решается на встроенном процессоре с ограниченной памятью. Какие из перечисленных методов могут быть применимы в данной ситуации? A) Метод градиентного спуска B) Метод Ньютона C) Метод сопряжённых градиентов D) Метод координатного спуска E) Генетический алгоритм Ответ: A,D Обоснование: A) Градиентный спуск — применим, так как функция гладкая и градиент	9.Вы разрабатываете программу на Python для настройки параметров нейросети (несколько тысяч весов). Целевая функция — нелинейная, невыпуклая, шумная, без аналитического градиента. Какие методы целесообразно рассмотреть для практической реализации? A) Метод Ньютона B) Метод стохастического градиентного спуска (SGD) C) Метод Левенберга–Марквардта D) Метод имитации отжига E) Метод Нелдера–Мида (симплексный метод) Ответ:D,E Обоснование: D) Имитация отжига — безградиентный, стохастический метод, способный выходить из локальных минимумов. Подходит для невыпуклых и шумных функций, где градиент недоступен. Хорошо работает в	Повышенный (3-5 минут)

					существует. Несмотря на его «дороговизну», метод требует минимум памяти (только текущая точка и градиент) и легко реализуется на встроенных системах. При умеренном числе переменных (здесь — 3) он остаётся практичным. D) Координатный спуск — не требует градиента вообще: на каждом шаге минимизирует функцию по одной координате. Это особенно выгодно при ограниченных вычислительных ресурсах, так как позволяет использовать одномерные методы (например, золотое сечение). Подходит для небольшой размерности (3 переменные).	условиях неопределённости. E) Метод Нелдера–Мида — классический прямой (безградиентный) метод многомерной оптимизации, основанный на деформации симплекса. Широко используется в практических задачах (например, в scipy.optimize.minimize), когда градиент неизвестен, а размерность умеренная (до нескольких сотен). Для тысяч параметров он может быть медленным, но теоретически применим и часто используется как baseline.	
10	Тема 10. Методы численного интегрирования и дифференцирования	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования на базовом уровне.	*Задания открытого типа с развернутым ответом*	10.Почему при обработке экспериментальных данных с датчиков (например, акселерометра) для определения скорости объекта чаще используют численное интегрирование, а не численное дифференцирование? Ответ: Численное дифференцирование сильно усиливает шум в данных, поскольку оно основано на вычислении разностей близких значений: даже небольшие погрешности измерений приводят к большим ошибкам в производной. Напротив, численное интегрирование сглаживает шум, так как суммирует значения во времени. С физической точки зрения, ускорение (измеряемое акселерометром) — это производная скорости, поэтому чтобы получить скорость, нужно интегрировать ускорение по времени — это прямая задача.	10.Приведите пример физической задачи, где необходимо использовать численное интегрирование, и почему аналитическое решение невозможно или нецелесообразно. Продемонстрируйте простую реализацию на Python с использованием стандартной библиотеки. Ответ: Пример: вычисление работы силы сопротивления воздуха при движении тела, когда сила зависит от скорости сложным образом, например $F(v)=-kv^2$, а скорость v(t) задана таблично (по данным датчиков) или как результат численного решения дифференциального уравнения. Тогда работа $A=\int_{t_1}^{t_2} F\,(v(t))\cdot v(t)\,dt$ не имеет аналитического выражения, если v(t) v(t) неизвестна в явном виде. В таких случаях применяют численное интегрирование. Простая реализация на Python с использованием scipy.integrate.trapz:	Высокий (5-10 минут)

					С вычислительной точки зрения, методы интегрирования (например, метод трапеций) устойчивы и легко реализуются даже на микроконтроллерах, тогда как дифференцирование требует предварительной фильтрации данных и более сложной обработки. Поэтому интегрирование предпочтительнее при восстановлении кинематических величин из экспериментальных данных.	python 1 import numpy as np 2 from scipy.integrate import trapz 3 4 # Пример: временные метки и скорость (измеренные или смоделированные) 5 t = np.linspace(0, 10, 100) # время от 0 до 10 с 6 v = np.exp(-0.1 * t) # пример затухающей скорости 7 k = 0.5 # коэффициент сопротивления 8 F = -k * v**2 # сила сопротивления 9 power = F * v # мгновенная мощность 10 11 work = trapz(power, t) # численное интегрирование 12 print("Работа силы сопротивления:", work) Этот подход универсален, устойчив и легко масштабируем, что делает его предпочтительным в инженерных и физических расчётах, где функции заданы дискретно или слишком сложны для аналитического интегрирования.	

Критерии оценивания диагностической работы:

Оценка	Критерии оценивания
отлично	от 90 до 100 % правильно выполненных заданий
хорошо	от 70 до 89 % правильно выполненных заданий
удовлетворительно	от 50 до 69 % правильно выполненных заданий
неудовлетворительно	менее 50 % правильно выполненных заданий